Distances et cercles

Séance 1 — La distance entre deux points



la **droite** (AB)

illimitée des deux côtés



la **demi-droite** $[AB]$

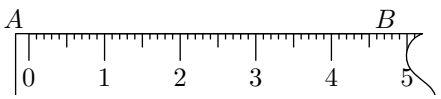
part de A, illimitée au-delà de B



le **segment** $[AB]$

s'arrête aux deux extrémités

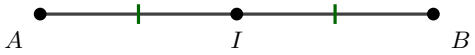
seul le segment a une **longueur** : la distance AB est celle du segment $[AB]$, et on l'écrit sans crochets.
Les crochets et les parenthèses ne sont pas décoratifs — ils disent où l'objet s'arrête.



Le zéro de la règle sur A, la longueur se lit en B

Séance 2 — Le milieu d'un segment

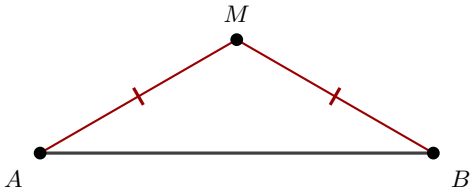
les *deux* conditions : c'est le milieu



I est **sur** $[AB]$ *et* $IA = IB$:

$$IA = IB = \frac{AB}{2}$$

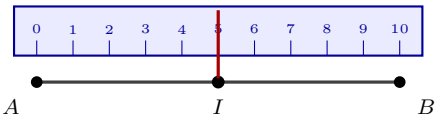
à égale distance, mais pas sur le segment



$MA = MB$, mais M n'est pas sur $[AB]$:
ce n'est **pas** le milieu

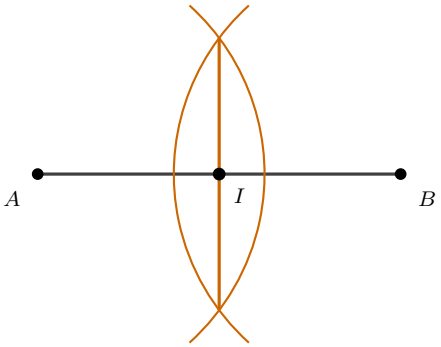
les autres points à égale distance de A et de B existent bel et bien — il y en a même une infinité.
La séance 6 les nommera : ils forment la **médiatrice** de $[AB]$.

à la règle graduée



mesurer AB, calculer la moitié, la reporter depuis A **sur le segment**

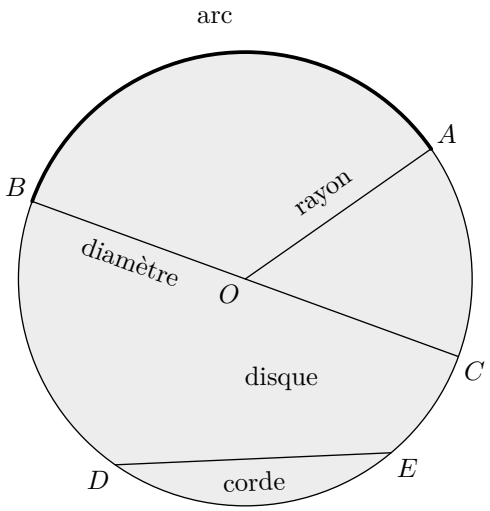
au compas



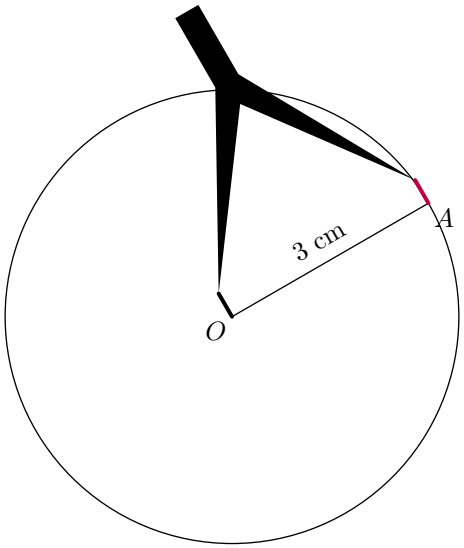
deux arcs de **même rayon**, plus grand que la moitié de AB : la droite qui joint leurs intersections coupe $[AB]$ en son milieu

la seconde méthode est plus précise, et ne demande aucun calcul. Elle reviendra en séance 6 : c'est déjà la construction de la **médiatrice**, dont on ne garde ici que le point où elle coupe le segment.

Séance 3 — Cercle et disque : le vocabulaire

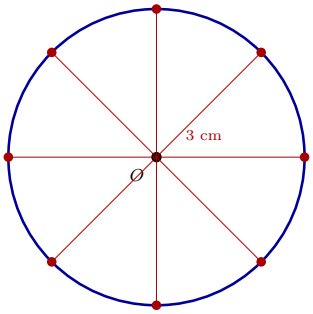


Le vocabulaire du cercle



L'écartement du compas donne le rayon

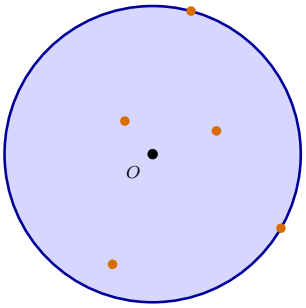
Séance 4 — Le cercle, ensemble de points



tout point du cercle
est à 3 cm de O

et **tout** point à 3 cm de O
est sur le cercle

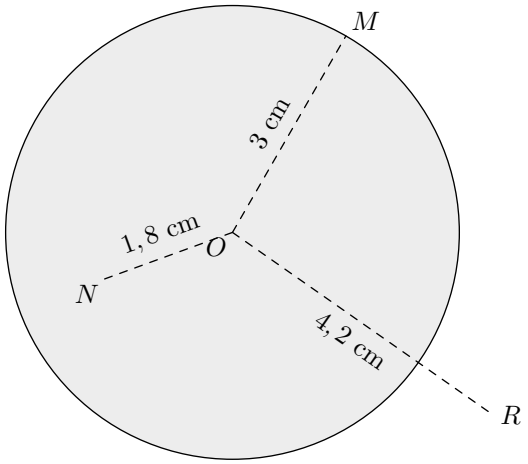
il faut les deux : c'est ce qui fait
du cercle un *ensemble de points*



le cercle est le **bord** du disque

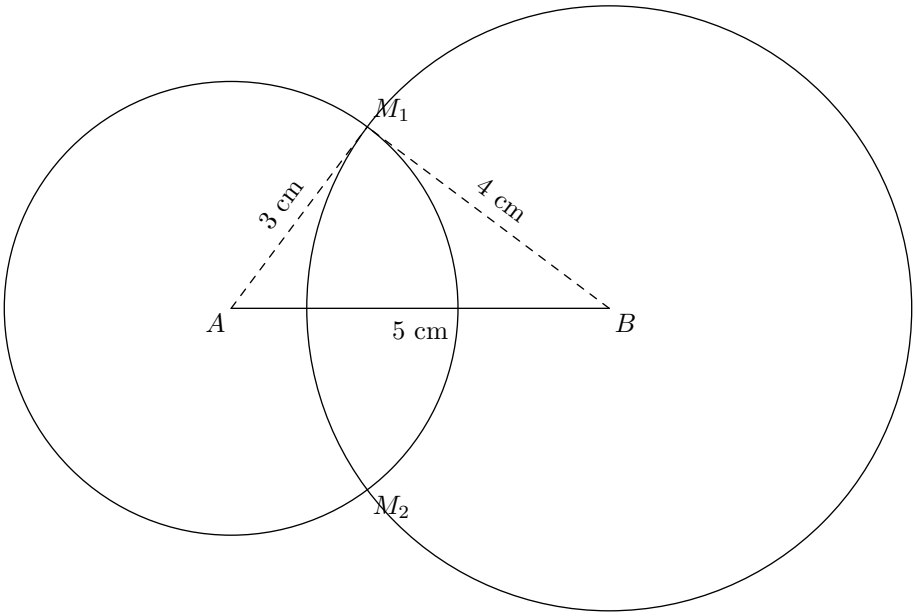
le **disque** : $OM \leq 3$ cm

le cercle ne contient que les points *exactement* à 3 cm ; le disque y ajoute tous ceux de l'intérieur.
Un point est donc **sur** le cercle si $OM = r$, **dedans** si $OM < r$, **dehors** si $OM > r$.



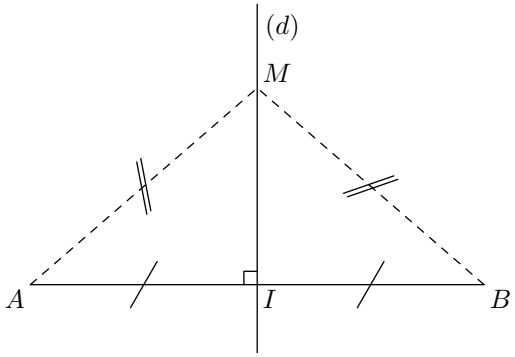
Trois points, trois positions

Séance 5 — Trouver un point à partir de ses distances



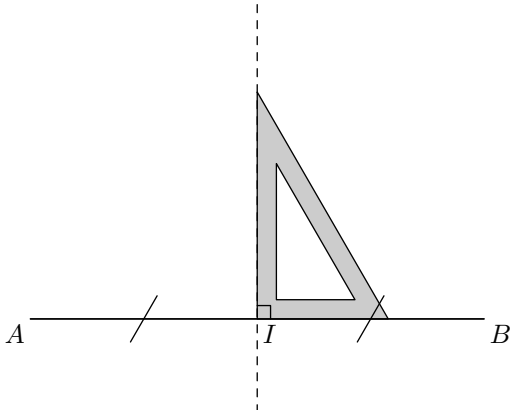
Deux cercles, deux solutions

Séance 6 — La médiatrice d'un segment



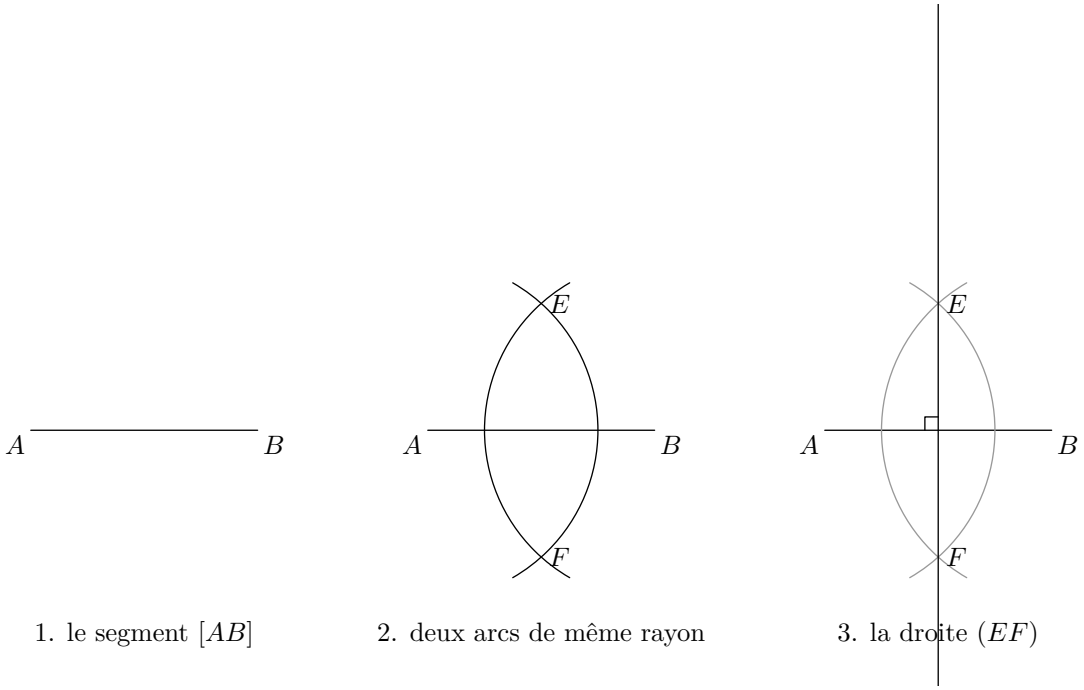
La médiatrice du segment AB

6e · Distances et cercles · S6



L'équerre posée en I, milieu de AB

6e · Distances et cercles · S6

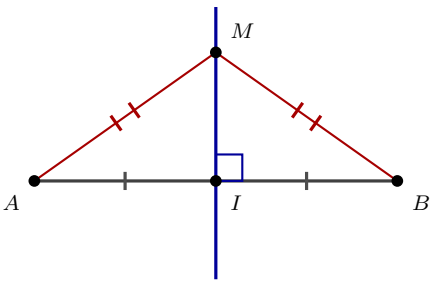


1. le segment $[AB]$ 2. deux arcs de même rayon 3. la droite (EF)

La construction au compas, étape par étape

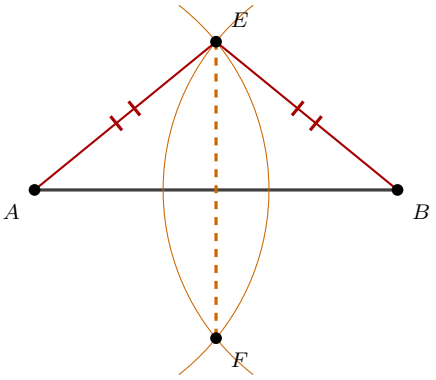
Séance 7 — La propriété caractéristique de la médiatrice

sens 1 : M est sur la médiatrice
... donc $MA = MB$



on connaît une **position**, on en déduit une **égalité de longueurs** — sans rien mesurer

sens 2 : $MA = MB$
... donc M est sur la médiatrice



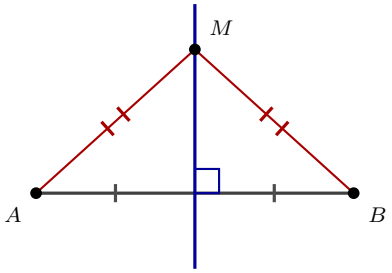
on connaît une **égalité de longueurs**, on en déduit une **position**

la médiatrice de $[AB]$ est l'ensemble de **tous** les points à égale distance de A et de B — et il n'y en a pas d'autres. C'est le sens 2 qui explique la construction au compas : E et F sont à même distance de A et de B, donc sur la médiatrice.

1. ce que l'on sait
« M appartient à la médiatrice de $[AB]$. »

2. la propriété
« or tout point de la médiatrice de $[AB]$ est à égale distance de A et de B. »

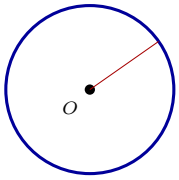
3. la conclusion
« donc $MA = MB$. »



aucune mesure n'intervient : c'est la **propriété** de l'étape 2 qui fait passer de la position à l'égalité.
Une longueur relevée à la règle vérifie, elle ne démontre pas
— et le sens 2 sert dans l'autre situation, quand on connaît
deux distances égales et qu'on en déduit une position.

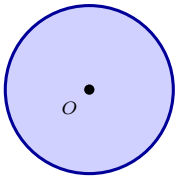
Séance 8 — Problèmes et bilan

tous les points *à* r de O ?



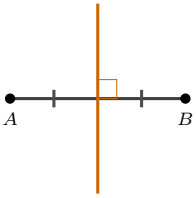
le cercle

tous les points *à moins* de r de O ?



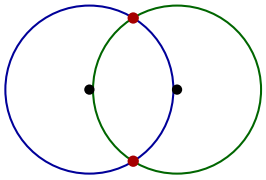
le disque

tous les points à égale distance de A et B ?



la médiatrice

un point dont on connaît *deux* distances ?



l'intersection de deux cercles

chacun de ces objets répond à une question sur des **distances** — c'est la question posée qui dit lequel construire.
L'intersection de deux cercles donne *deux* solutions : il faut ensuite dire laquelle l'énoncé retient.