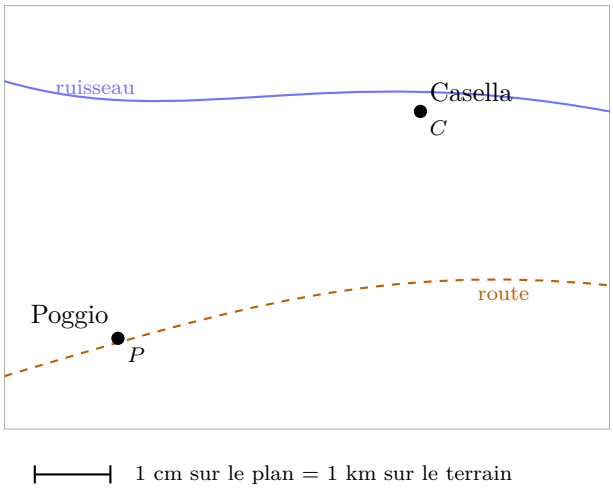
Distances et cercles

Activité de découverte — Où poser la citerne ?

Activité — La citerne du massif

Deux hameaux, Poggio et Casella, sont séparés par 5 km. Pour lutter contre les incendies, la commune doit installer une citerne d'eau quelque part dans le massif. Les hélicoptères viendront s'y ravitailler.



Le plan du massif

Reproduis le plan sur ton cahier : place deux points P et C tels que $PC = 5$ cm. Sur ton dessin, 1 cm représente 1 km sur le terrain.

1. Le règlement des pompiers impose que la citerne soit à **exactement 3 km de Poggio**. Marque en rouge cinq emplacements possibles, aussi différents que possible. Combien y en a-t-il en tout ? Quelle forme dessinent-ils ?
2. Le maire veut plutôt que la citerne soit **à égale distance des deux hameaux**. Trouve un emplacement qui convient, puis deux autres, et vérifie-les au compas. Marque-les en bleu. Que remarques-tu ?
3. Existe-t-il un emplacement qui respecte à la fois la règle des pompiers et celle du maire ? Combien ?

Séance 1 — La distance entre deux points

Objectif : Distinguer droite, demi-droite, segment et distance, et les noter correctement

Définition 1 : Droite, demi-droite, segment

Objet	Notation	Ce que c'est
La droite	(AB)	elle est _____ des deux côtés
La demi-droite	$[AB)$	elle part de A et passe par B, sans s'arrêter
Le segment	$[AB]$	il s'arrête



la **droite** (AB)

illimitée des deux côtés



la **demi-droite** $[AB)$

part de A, illimitée au-delà de B



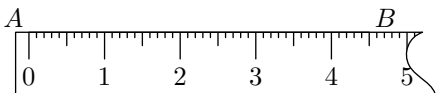
le **segment** $[AB]$

s'arrête aux deux extrémités

seul le segment a une **longueur** : la distance AB est celle du segment $[AB]$, et on l'écrit sans crochets.
Les crochets et les parenthèses ne sont pas décoratifs — ils disent où l'objet s'arrête.

Trois objets, trois façons de s'arrêter

Définition 2 : Distance entre deux points



Le zéro de la règle sur A, la longueur se lit en B

Exercice — Lire une figure

Sur une figure, quatre points A, B, C et D sont placés.

1. Que signifie l'écriture (CD) ? Et $[CD]$? Et CD ?
2. Traduis en français : $AB = 7$ cm.
3. Écris en langage mathématique : « la distance entre C et D vaut $3,5$ centimètres ».
4. Parmi ces écritures, lesquelles n'ont pas de sens ? $[AB] = 5$ cm ; $AB = 5$ cm ; $(AB) = 5$ cm ; $AB = [CD]$.

Exercice — Le plus court chemin

Sur une carte au $1/25\,000$, 1 cm représente 250 m.
Le refuge d'Ortu di u Piobbu et celui de Carrozzu sont distants de 6 cm à vol d'oiseau sur la carte.
Le sentier qui les relie, lui, mesure 26 cm sur la même carte.

1. Quelle distance à vol d'oiseau sépare les deux refuges, sur le terrain ?
2. Quelle est la longueur du sentier sur le terrain ?
3. Pourquoi les deux réponses ne sont-elles pas les mêmes ?

Exercice — La production de Chjara

On demande à Chjara de comparer AB et CD sur une figure, sans règle graduée.

> **Chjara** : « Je vois bien que $[AB]$ est plus long, il est plus penché et il prend plus de place sur la feuille. Donc $[AB] > [CD]$. »

1. Chjara a-t-elle utilisé un outil mathématique pour conclure ?
2. Son écriture $[AB] > [CD]$ est-elle correcte ? Corrige-la.
3. Décris précisément ce qu'elle aurait dû faire.

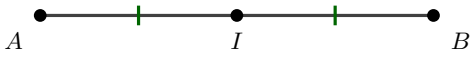
Pour s'entraîner sur WIMS : Lire les notations · Longueurs sur une droite

Séance 2 — Le milieu d'un segment

Objectif : Construire le milieu d'un segment et l'utiliser dans un calcul de longueur

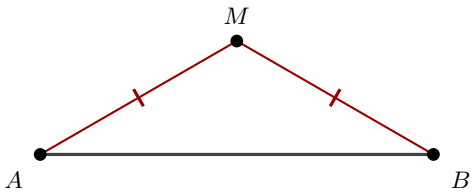
Définition 3 : Milieu d'un segment

les *deux* conditions : c'est le milieu



I est **sur** $[AB]$ *et* $IA = IB$:
$IA = IB = \dfrac{AB}{2}$

à égale distance, mais pas sur le segment



$MA = MB$, mais M n'est pas sur $[AB]$:
ce n'est **pas** le milieu

les autres points à égale distance de A et de B existent bel et bien — il y en a même une infinité.
La séance 6 les nommera : ils forment la **médiatrice** de $[AB]$.

Les deux conditions, et ce qui arrive quand l'une manque

Propriété 1 : Longueurs

Exercice — Calculer avec le milieu

1. I est le milieu de $[AB]$ et $AB = 9$ cm. Combien vaut IA ?
2. J est le milieu de $[CD]$ et $JC = 3,5$ cm. Combien vaut CD ?
3. K est le milieu de $[EF]$, $EF = 12,4$ cm. Combien vaut KF ?
4. L est le milieu de $[MN]$ et $LM = LN = 4$ cm. Que vaut MN ? Un élève répond 4 cm : a-t-il raison ? Explique.

Exercice — Construire et coder

Trace un segment $[AB]$ tel que $AB = 7$ cm.

1. Construis son milieu I à la règle graduée, puis code la figure.
2. Trace un segment $[CD]$ tel que $CD = 6,4$ cm et construis son milieu J au compas, sans mesurer.
3. Vérifie ta construction de la question 2 à la règle : que devrais-tu trouver pour JC ?

Exercice — Le trésor de la tour génoise

Sur une plage, deux tours génoises T et G sont distantes de 8 km.
Un coffre est enterré à égale distance des deux tours.

1. Reproduis la situation sur ton cahier, avec 1 cm pour 1 km.
2. Anaïs affirme : « Le coffre est forcément au milieu de $[TG]$, donc à 4 km de chaque tour. » Place

ce point.

3. Bilal place un point M nettement au-dessus du segment et affirme qu'il convient aussi. Vérifie au compas si $MT = MG$ est possible pour un tel point.
4. Qui a raison ? Reformule précisément ce que dit l'énoncé.

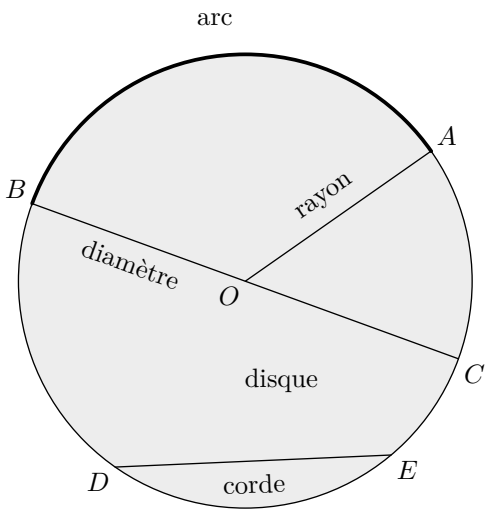
Pour s'entraîner sur WIMS : Le milieu d'un segment

Séance 3 — Cercle et disque : le vocabulaire

Objectif : Employer le vocabulaire du cercle et tracer un cercle de rayon ou de diamètre donné

Définition 4 : Cercle et disque





Le vocabulaire du cercle

Définition 5 : Rayon, diamètre, corde, arc

Propriété 2 : Diamètre et rayon

Exercice — Rayon ou diamètre ?

Complète.

Rayon	4 cm	...	$2,5$ cm	...
Diamètre	...	10 cm	...	7 cm

1. Recopie et complète le tableau.
2. Un cercle a un rayon de $3,5$ cm. Quelle est la longueur de son plus grand diamètre ? Et de sa plus grande corde ?
3. Peut-on tracer, dans ce cercle, une corde de 8 cm ? Explique.

Exercice — Tracer

1. Trace un cercle de centre O et de rayon 3 cm. Place un point A dessus et trace le rayon $[OA]$.
2. Sur le même cercle, place B tel que $[AB]$ soit un diamètre. Combien mesure AB ? Que peut-on dire de O pour le segment $[AB]$?
3. Trace un cercle de centre O' et de **diamètre** 5 cm. Quel écartement de compas as-tu utilisé ?
4. Sur ce second cercle, trace une corde $[MN]$ de 3 cm.

Exercice — La roue de Dumè

Dumè doit tracer la roue d'un vélo à l'échelle. La roue réelle a un diamètre de 70 cm ; sur son dessin, 1 cm représente 10 cm.

> **Dumè** : « Le diamètre fait 70 cm, donc 7 cm sur mon dessin. J'écarte mon compas de 7 cm et je trace. »

1. Dumè a-t-il raison ? Vérifie son échelle, puis l'écartement de son compas.
2. S'il s'est trompé, quel écartement fallait-il prendre ?
3. Quel diamètre réel a la roue que Dumè dessine ?

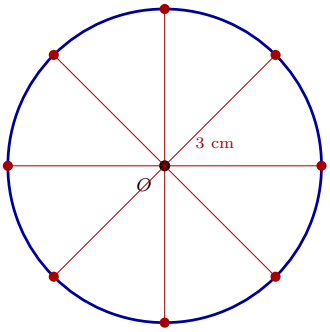
Pour s'entraîner sur WIMS : Le vocabulaire du cercle · Rayon et diamètre au compas

Séance 4 — Le cercle, ensemble de points

Objectif : Dire si un point est sur un cercle, à l'intérieur ou à l'extérieur, d'après sa distance au centre

Définition 6 : Le cercle vu comme un ensemble de points

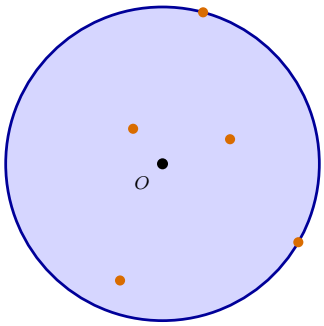
Définition 7 : Le disque



tout point du cercle
est à 3 cm de O

et **tout** point à 3 cm de O
est sur le cercle

il faut les deux : c'est ce qui fait
du cercle un *ensemble de points*



le cercle est le **bord** du disque

le **disque** : $OM \leq 3$ cm

le cercle ne contient que les points *exactement* à 3 cm ; le disque y ajoute tous ceux de l'intérieur.
Un point est donc **sur** le cercle si $OM = r$, **dedans** si $OM < r$, **dehors** si $OM > r$.

Le cercle, son bord, et le disque qu'il entoure

Exercice — Dedans, dessus, dehors

Un cercle a pour centre O et pour rayon 4 cm.

1. $OA = 4$ cm. Où se trouve A ?
2. $OB = 2,5$ cm. Où se trouve B ?
3. $OC = 4,5$ cm. Où se trouve C ?
4. $OD = 8$ cm et D appartient au cercle de centre O et de **diamètre** 8 cm. Est-ce possible ?
5. Un point E est à l'intérieur du disque. Que peux-tu dire de OE ?

Exercice — La zone de l'antenne

Une antenne relais est installée au sommet du village. Elle couvre tous les points situés à moins de 3 km de l'antenne.
Trois maisons sont à $2,8$ km, 3 km et $3,4$ km de l'antenne.

1. Sur ton cahier, place l'antenne et trace la limite exacte de la zone couverte, avec 1 cm pour 1 km.
2. Comment s'appelle la figure que tu viens de tracer ? Et la zone couverte ?
3. Pour chacune des trois maisons, dis si elle capte le réseau.
4. Emma habite à 3 km pile de l'antenne. Sur la figure, où se trouve sa maison ? Que faudrait-il préciser dans l'énoncé pour savoir si elle capte ?

Exercice — La figure de Fabio

On demande de tracer tous les points situés à 2 cm d'un point O.

> **Fabio** : « J'ai placé huit points à 2 cm de O, tout autour. J'ai fini, il n'y en a pas d'autres. »

1. Les huit points de Fabio conviennent-ils ?
2. Fabio a-t-il raison de dire qu'il a fini ? Trouve un neuvième point.
3. Combien y a-t-il de points à 2 cm de O ?
4. Comment tracer d'un seul geste tous ces points ?

Pour s'entraîner sur WIMS : Sur le cercle ou pas ?

Séance 5 — Trouver un point à partir de ses distances

Objectif : Placer un point dont on connaît les distances à deux points donnés

Exercice — Construire

Trace deux points A et B tels que $AB = 5$ cm.

1. Construis les points M tels que $AM = 3$ cm et $BM = 4$ cm. Combien y en a-t-il ?
2. Construis les points N tels que $AN = 2$ cm et $BN = 2$ cm. Combien y en a-t-il ? Explique ce qui se passe.
3. Construis les points P tels que $AP = 5$ cm et $BP = 5$ cm. Combien y en a-t-il ?

Exercice — Le mouillage du bateau

Un bateau de plongée doit mouiller sur un site précis. Le moniteur donne deux repères à terre : la tour génoise T et la pointe rocheuse R, distantes de 6 km.
Le site est à 4 km de la tour et à 5 km de la pointe.

1. Construis la situation sur ton cahier, avec 1 cm pour 1 km.
2. Combien de points vérifient les deux conditions ?
3. Le moniteur ajoute : « et c'est au large, pas dans les terres. » Combien reste-t-il de possibilités ?
4. Pourquoi deux repères et deux distances valent-ils mieux qu'un seul repère et une seule distance ?

Exercice — La zone de baignade

Sur une plage, un poste de secours S et une bouée B sont distants de 80 m.
La baignade est autorisée à moins de 60 m du poste de secours, et interdite à moins de 30 m de la bouée, où passent les bateaux.

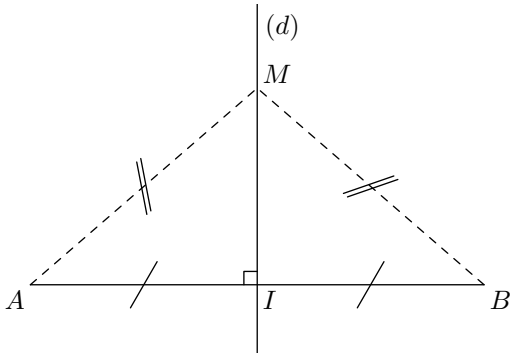
1. Fais un dessin avec 1 cm pour 20 m. Quelles longueurs traces-tu ?
2. Colorie en vert la zone où la baignade est autorisée, et hachure en rouge la zone interdite autour de la bouée.
3. Un nageur est à 50 m du poste et à 25 m de la bouée. A-t-il le droit de se baigner ?
4. Un nageur est à 70 m du poste. Peut-il être dans la zone verte ?

Pour s'entraîner sur WIMS : Placer un point à deux distances données

Séance 6 — La médiatrice d'un segment

Objectif : Construire la médiatrice d'un segment à l'équerre et au compas

Définition 8 : Médiatrice d'un segment



La médiatrice du segment AB

Exercice — Reconnaître

Pour chacune des situations, dis si la droite (d) est la médiatrice de $[AB]$. Justifie en citant les conditions manquantes.

1. (d) coupe $[AB]$ en son milieu, mais l'angle formé n'est pas droit.
2. (d) est perpendiculaire à $[AB]$ et la coupe à 2 cm de A, sachant que $AB = 6$ cm.
3. (d) est perpendiculaire à $[AB]$ et la coupe à $3,5$ cm de A, sachant que $AB = 7$ cm.
4. (d) passe par A et est perpendiculaire à $[AB]$.

Exercice — Construire

1. Trace $[AB]$ avec $AB = 6$ cm, puis construis sa médiatrice à l'équerre. Code la figure.
2. Trace $[CD]$ avec $CD = 7$ cm, puis construis sa médiatrice au compas, sans règle graduée.
3. Sur la figure de la question 2, où se trouve le milieu de $[CD]$? Mesure sa distance à C pour vérifier.
4. Trace un segment $[EF]$ de $5,4$ cm et construis sa médiatrice par la méthode de ton choix. Explique en une phrase pourquoi tu as choisi celle-là.

Exercice — La construction d'Emma

On demande de construire la médiatrice de $[AB]$, avec $AB = 8$ cm.

> **Emma** : « J'écarte mon compas de 3 cm, je trace un arc depuis A, puis un arc depuis B. Mes arcs ne se coupent pas, donc $[AB]$ n'a pas de médiatrice. »

1. La conclusion d'Emma est-elle correcte ?
2. Explique pourquoi ses arcs ne se coupent pas.
3. Quel écartement lui conseilles-tu ?

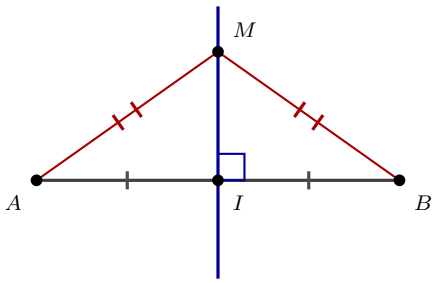
Pour s'entraîner sur WIMS : Construire la médiatrice

Séance 7 — La propriété caractéristique de la médiatrice

Objectif : Justifier une égalité de longueurs ou une position à l'aide de la médiatrice

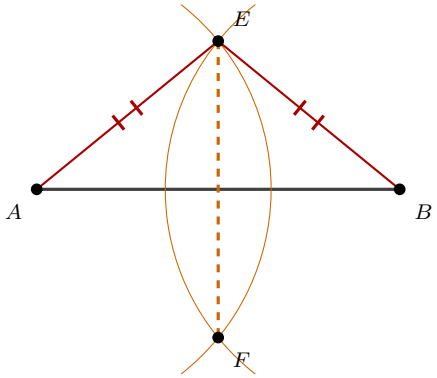
Propriété 3 : Propriété caractéristique de la médiatrice

sens 1 : M est sur la médiatrice
... donc $MA = MB$



on connaît une **position**, on en déduit une **égalité de longueurs** — sans rien mesurer

sens 2 : $MA = MB$
... donc M est sur la médiatrice



on connaît une **égalité de longueurs**, on en déduit une **position**

la médiatrice de $[AB]$ est l'ensemble de **tous** les points à égale distance de A et de B — et il n'y en a pas d'autres. C'est le sens 2 qui explique la construction au compas : E et F sont à même distance de A et de B, donc sur la médiatrice.

Les deux sens, et ce que chacun donne

Exemple — Pourquoi la construction au compas fonctionne

Pourquoi la construction au compas fonctionne. En séance 6, on traçait deux arcs de **même** rayon, l'un de centre A, l'autre de centre B. Leur point d'intersection E est donc à la fois à ce rayon de A et à ce rayon de B : $EA = EB$.
D'après le sens 2, E est sur la médiatrice de $[AB]$. Il en va de même pour F. La droite (EF) est donc bien la médiatrice.
La construction n'avait rien de magique : elle applique la propriété.

Exercice — Utiliser la propriété

1. M est sur la médiatrice de $[AB]$ et $MA = 4,2$ cm. Combien vaut MB ?
2. N vérifie $NC = ND = 5$ cm. Que peut-on affirmer sur N ?
3. P est sur la médiatrice de $[EF]$ et $PE = 3$ cm. Peut-on en déduire la longueur EF ?
4. I est le milieu de $[AB]$. I est-il sur la médiatrice de $[AB]$? Justifie de deux façons.

Exercice — Le forage entre deux hameaux

Deux hameaux A et B sont distants de 6 km. La commune veut forer un puits à égale distance des deux hameaux, et à 5 km de A.

1. Sur ton cahier, avec 1 cm pour 1 km, construis la médiatrice de $[AB]$.
2. Construis les emplacements possibles pour le puits.
3. Combien y en a-t-il ? Quelle est la distance du puits à B ?
4. Le maire ajoute que le puits doit être au nord de la route qui relie les deux hameaux. Combien reste-t-il d'emplacements ?

Exercice — Le raisonnement de Léa

Sur une figure, (d) est la médiatrice de $[AB]$, et M est un point de (d).

> **Léa** : « M est sur la médiatrice de $[AB]$, donc $MA = MB$. Et comme $MA = MB$, le point M est le milieu de $[AB]$. »

1. La première phrase de Léa est-elle correcte ?
2. La seconde l'est-elle ? Fais un dessin pour appuyer ta réponse.
3. Quelle condition Léa a-t-elle oubliée ?
4. Dans quel cas particulier sa conclusion serait-elle vraie ?

Pour s'entraîner sur WIMS : Justifier avec la médiatrice

Séance 8 — Problèmes et bilan

Objectif : Résoudre un problème de position mettant en jeu l'égalité de deux distances ; Identifier les instructions d'un programme de construction, ses données et le rôle de leur ordre

Définition 9 : Un programme de construction est une séquence d'instructions

Exercice — Est-ce une instruction ?

Voici six lignes relevées dans des copies. Pour chacune, dis si c'est une instruction — un ordre qu'on peut exécuter tout de suite, sans rien deviner. Sinon, explique ce qui manque.

a. Trace le cercle de centre O et de rayon 3 cm.

b. Le cercle est bien rond.

c. Place un point M.

d. Trace la médiatrice de $[AB]$.
e. Trace un cercle qui passe par A.
f. Combien mesure le rayon ?

Exercice — Retour à la citerne

Reprends l'activité du début du chapitre. Deux hameaux, Poggio P et Casella C, sont distants de 5 km. On reprend 1 cm pour 1 km.

1. Construis proprement l'ensemble des emplacements situés à 3 km de Poggio. Quel objet est-ce ?
2. Construis proprement l'ensemble des emplacements situés à égale distance des deux hameaux. Quel objet est-ce ? Quelle méthode utilises-tu ?
3. Combien d'emplacements respectent les deux règles à la fois ? Construis-les.
4. Pour chacun, quelle est sa distance à Casella ? Réponds sans mesurer.
5. Compare avec ce que tu avais trouvé au début du chapitre. Qu'est-ce que tu sais faire aujourd'hui que tu ne savais pas faire alors ?

Exercice — Programme de construction

Exécute le programme suivant, puis réponds.

1. Trace un segment $[AB]$ tel que $AB = 8$ cm.
2. Construis le milieu I de $[AB]$.
3. Trace le cercle de centre I passant par A.
4. Construis la médiatrice de $[AB]$; elle coupe le cercle en E et F.

1. Combien ce programme compte-t-il d'instructions ? Quelles sont ses données ?
2. Quel est le rayon du cercle tracé ? Justifie.
3. Le point B est-il sur ce cercle ?
4. Que peut-on dire du segment $[EF]$ pour ce cercle ?
5. Petru a exécuté les instructions dans l'ordre 3, 1, 2, 4. Que s'est-il passé ?
6. Écris à ton tour un programme de construction pour obtenir un cercle de centre O, de rayon 4 cm, et une corde de 6 cm sur ce cercle.

Exercice — La copie de Ghjuvan

On demande : « Trace un cercle de centre O et de diamètre 6 cm, puis place un point T tel que $OT = 4$ cm. Le point T est-il sur le cercle ? »

> **Ghjuvan** : « J'écarte le compas de 6 cm et je trace. Ensuite $OT = 4$ cm, et 4 est plus petit que 6, donc T est à l'intérieur du cercle. »

1. La première étape de Ghjuvan est-elle correcte ?
2. Sa conclusion est-elle correcte ? Justifie en refaisant le raisonnement.

3. Où se trouve T : sur le cercle, à l'intérieur ou à l'extérieur ?
4. En une phrase, quel conseil lui donnerais-tu pour ce genre de question ?

Exercice — La bouée de plongée

Un club de plongée pose une bouée de signalisation. Elle doit être à égale distance de deux épaves E_1 et E_2, distantes de 700 m, et à moins de 500 m de chacune.
On prend 1 cm pour 100 m.

1. Quelles longueurs traces-tu sur ton cahier ?
2. Construis la médiatrice de $[E_1E_2]$.
3. Colorie la portion de la médiatrice où la bouée peut être posée.
4. Ghjulia affirme : « il y a une infinité de positions possibles ». A-t-elle raison ?

Pour s'entraîner sur WIMS : Où placer le point ? · Remettre un programme de construction en ordre

Entraînement en ligne

Ces exercices sont générés au hasard : on peut les refaire autant de fois que nécessaire, la correction est immédiate.

> **La note ne compte pour le bonus que si l'on est connecté.** En ouvrant un exercice par l'un des liens ci-dessous, on s'entraîne librement, mais rien n'est enregistré. Pour que le travail compte, il faut passer par la classe sur WIMS et ouvrir la feuille de la séquence.

- Obj. 1.1 Lire les notations
- Obj. 1.2 Longueurs sur une droite
- Obj. 2.1 Le milieu d'un segment
- Obj. 3.1 Le vocabulaire du cercle
- Obj. 3.2 Rayon et diamètre au compas
- Obj. 4.1 Sur le cercle ou pas ?
- Obj. 5.1 Placer un point à deux distances données
- Obj. 6.1 Construire la médiatrice
- Obj. 7.1 Justifier avec la médiatrice
- Obj. 8.1 Où placer le point ?
- Obj. 9.1 Remettre un programme de construction en ordre
- Révision : unités de longueur
- Révision : lire le codage d'une figure