Distances et cercles

1 Séance 8 — Problèmes et bilan

Exercice — Est-ce une instruction ?

Voici six lignes relevées dans des copies. Pour chacune, dis si c'est une instruction — un ordre qu'on peut exécuter tout de suite, sans rien deviner. Sinon, explique ce qui manque.

a. Trace le cercle de centre O et de rayon 3 cm.

b. Le cercle est bien rond.

c. Place un point M.

d. Trace la médiatrice de $[AB]$.

e. Trace un cercle qui passe par A.

f. Combien mesure le rayon ?

a. Oui. Le centre et le rayon sont donnés : on peut tracer.

b. Non. C'est une remarque, elle ne demande aucune action.

c. Oui. L'endroit est libre, mais l'action est exécutable : on pose un point.

d. Oui, **à condition** que $[AB]$ ait été tracé par une instruction précédente. Seule, cette ligne n'est pas exécutable.

e. Non. Il manque le centre : une infinité de cercles passent par A, et il faudrait en deviner un.

f. Non. C'est une question, pas un ordre.

Exercice — Retour à la citerne

Reprends l'activité du début du chapitre. Deux hameaux, Poggio P et Casella C, sont distants de 5 km. On reprend 1 cm pour 1 km.

1. Construis proprement l'ensemble des emplacements situés à 3 km de Poggio. Quel objet est-ce ?
2. Construis proprement l'ensemble des emplacements situés à égale distance des deux hameaux. Quel objet est-ce ? Quelle méthode utilises-tu ?
3. Combien d'emplacements respectent les deux règles à la fois ? Construis-les.
4. Pour chacun, quelle est sa distance à Casella ? Réponds sans mesurer.
5. Compare avec ce que tu avais trouvé au début du chapitre. Qu'est-ce que tu sais faire aujourd'hui que tu ne savais pas faire alors ?

1. Le cercle de centre P et de rayon 3 cm.
2. La médiatrice de $[PC]$, construite au compas — écartement supérieur à $2,5$ cm — ou à l'équerre après avoir placé le milieu à $2,5$ cm de P.
3. Deux : les points d'intersection du cercle et de la médiatrice. Ils existent parce que la médiatrice passe à $2,5$ km de P, donc à l'intérieur du cercle de rayon 3 km.
4. 3 km, comme la distance à Poggio : ces points sont sur la médiatrice de $[PC]$, donc à égale distance des deux hameaux. Aucune mesure n'est nécessaire.
5. Au début, on trouvait des emplacements un par un, sans savoir quand on avait fini. Aujourd'hui on décrit **tous** les emplacements d'un seul tracé, et on justifie qu'il n'y en a pas d'autres.

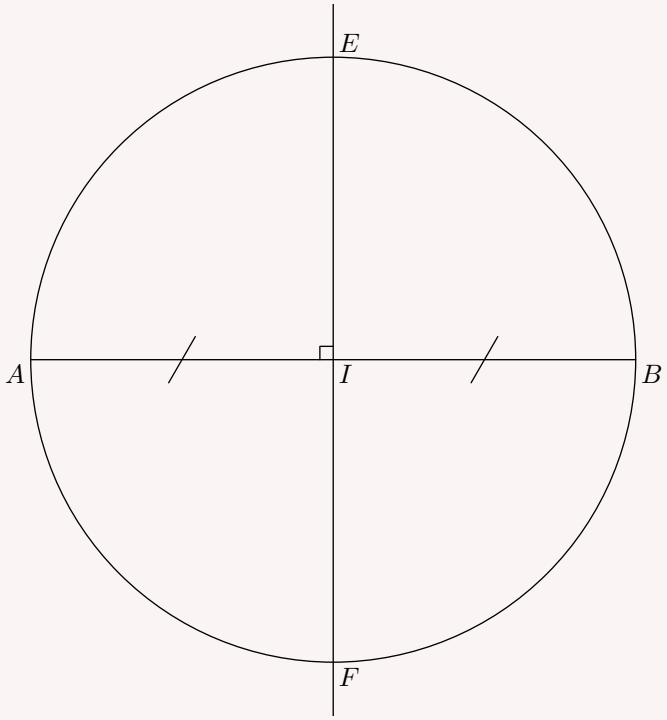
Exercice — Programme de construction

Exécute le programme suivant, puis réponds.

1. Trace un segment $[AB]$ tel que $AB = 8$ cm.
2. Construis le milieu I de $[AB]$.
3. Trace le cercle de centre I passant par A.
4. Construis la médiatrice de $[AB]$; elle coupe le cercle en E et F.

1. Combien ce programme compte-t-il d'instructions ? Quelles sont ses données ?
2. Quel est le rayon du cercle tracé ? Justifie.
3. Le point B est-il sur ce cercle ?
4. Que peut-on dire du segment $[EF]$ pour ce cercle ?
5. Petru a exécuté les instructions dans l'ordre 3, 1, 2, 4. Que s'est-il passé ?
6. Écris à ton tour un programme de construction pour obtenir un cercle de centre O, de rayon 4 cm, et une corde de 6 cm sur ce cercle.

1. Quatre instructions. Les données sont le nom des points A et B et la longueur $AB = 8$ cm : tout le reste se déduit du programme.
2. 4 cm : le cercle passe par A, donc son rayon vaut IA, et I est le milieu de $[AB]$, donc $IA = 8 \div 2 = 4$ cm.
3. Oui : $IB = 4$ cm également, et tout point à 4 cm de I est sur le cercle.
4. $[EF]$ passe par le centre I et joint deux points du cercle : c'est un **diamètre**, il mesure donc 8 cm.



Le résultat du programme

5. Il s'est arrêté à la première instruction. Le cercle de centre I demande que I existe, et I est construit par l'instruction 2, elle-même impossible tant que $[AB]$ n'est pas tracé. La séquence ne s'exécute que dans son ordre.
6. Par exemple : « Trace un cercle de centre O et de rayon 4 cm. Place un point M sur ce cercle. Trace l'arc de centre M et de rayon 6 cm ; il coupe le cercle en N. Trace $[MN]$. » Toute rédaction équivalente convient, à condition que chaque étape soit exécutable sans deviner.

Exercice — La copie de Ghjuvan

On demande : « Trace un cercle de centre O et de diamètre 6 cm, puis place un point T tel que $OT = 4$ cm. Le point T est-il sur le cercle ? »

> **Ghjuvan** : « J'écarte le compas de 6 cm et je trace. Ensuite $OT = 4$ cm, et 4 est plus petit que 6, donc T est à l'intérieur du cercle. »

1. La première étape de Ghjuvan est-elle correcte ?
2. Sa conclusion est-elle correcte ? Justifie en refaisant le raisonnement.
3. Où se trouve T : sur le cercle, à l'intérieur ou à l'extérieur ?
4. En une phrase, quel conseil lui donnerais-tu pour ce genre de question ?

1. Non. Le diamètre vaut 6 cm, donc le rayon vaut 3 cm : c'est de 3 cm qu'il fallait écarter le compas.
2. Non. Il faut comparer OT au **rayon**, pas au diamètre. Le rayon vaut 3 cm, et $OT = 4$ cm est plus grand que 3 cm.
3. T est à l'**extérieur** du cercle.
4. Par exemple : « commence toujours par écrire le rayon, même quand l'énoncé donne le diamètre. »

Exercice — La bouée de plongée

Un club de plongée pose une bouée de signalisation. Elle doit être à égale distance de deux épaves E_1 et E_2, distantes de 700 m, et à moins de 500 m de chacune.
On prend 1 cm pour 100 m.

1. Quelles longueurs traces-tu sur ton cahier ?
2. Construis la médiatrice de $[E_1E_2]$.
3. Colorie la portion de la médiatrice où la bouée peut être posée.
4. Ghjulia affirme : « il y a une infinité de positions possibles ». A-t-elle raison ?

1. $E_1E_2 = 7$ cm ; deux cercles de rayon 5 cm, l'un de centre E_1, l'autre de centre E_2.
2. Médiatrice au compas, avec un écartement supérieur à $3,5$ cm.
3. Le morceau de médiatrice situé à l'intérieur des deux disques. Comme tout point de la médiatrice est à égale distance des deux épaves, il suffit que sa distance à E_1 soit inférieure à 5 cm : c'est un segment centré sur $[E_1E_2]$.
4. Oui. Un segment, même court, contient une infinité de points. La condition « à moins de 500 m » limite la zone, elle ne réduit pas le nombre de positions à un nombre fini. En pratique, le club en choisit une seule, mais toutes conviennent.