Distances et cercles

1 Séance 1 — La distance entre deux points

Exercice — Lire une figure

Sur une figure, quatre points A, B, C et D sont placés.

1. Que signifie l'écriture (CD) ? Et $[CD]$? Et CD ?
2. Traduis en français : $AB = 7$ cm.
3. Écris en langage mathématique : « la distance entre C et D vaut $3,5$ centimètres ».
4. Parmi ces écritures, lesquelles n'ont pas de sens ? $[AB] = 5$ cm ; $AB = 5$ cm ; $(AB) = 5$ cm ; $AB = [CD]$.

1. (CD) est la droite passant par C et D ; $[CD]$ est le segment d'extrémités C et D ; CD est la distance entre C et D, c'est-à-dire un nombre.
2. La distance entre A et B vaut 7 centimètres, ou : le segment $[AB]$ mesure 7 cm.
3. $CD = 3,5$ cm.
4. Trois n'ont pas de sens : $[AB] = 5$ cm et $(AB) = 5$ cm confondent un objet et un nombre ; $AB = [CD]$ confond un nombre et un segment. Seule $AB = 5$ cm est correcte.

Exercice — Le plus court chemin

Sur une carte au 1/25 000, 1 cm représente 250 m.
Le refuge d'Ortu di u Piobbu et celui de Carrozzu sont distants de 6 cm à vol d'oiseau sur la carte. Le sentier qui les relie, lui, mesure 26 cm sur la même carte.

1. Quelle distance à vol d'oiseau sépare les deux refuges, sur le terrain ?
2. Quelle est la longueur du sentier sur le terrain ?
3. Pourquoi les deux réponses ne sont-elles pas les mêmes ?

1. $6 \times 250 = 1\,500$ m, soit $1,5$ km à vol d'oiseau.
2. $26 \times 250 = 6\,500$ m, soit $6,5$ km de sentier.
3. La distance entre deux points est la longueur du **segment** qui les joint, donc du chemin le plus court. Le sentier, lui, contourne les crêtes et les ravins : il est bien plus long. Deux refuges distants de $1,5$ km à vol d'oiseau demandent ici plus de 6 km de marche.

Exercice — La production de Chjara

On demande à Chjara de comparer AB et CD sur une figure, sans règle graduée.

> **Chjara** : « Je vois bien que $[AB]$ est plus long, il est plus penché et il prend plus de place sur la feuille. Donc $[AB] > [CD]$. »

1. Chjara a-t-elle utilisé un outil mathématique pour conclure ?
2. Son écriture $[AB] > [CD]$ est-elle correcte ? Corrige-la.
3. Décris précisément ce qu'elle aurait dû faire.

1. Non. Elle a conclu à l'œil, et « prendre de la place sur la feuille » n'est pas un argument : un segment penché n'est pas plus long pour autant.
2. Non : elle compare deux **objets** avec un signe qui compare des **nombres**. Il fallait écrire $AB > CD$.
3. Reporter $[AB]$ au compas, puis poser la pointe sur C et regarder si la mine tombe avant ou après D. Si elle tombe après D, alors $AB > CD$.