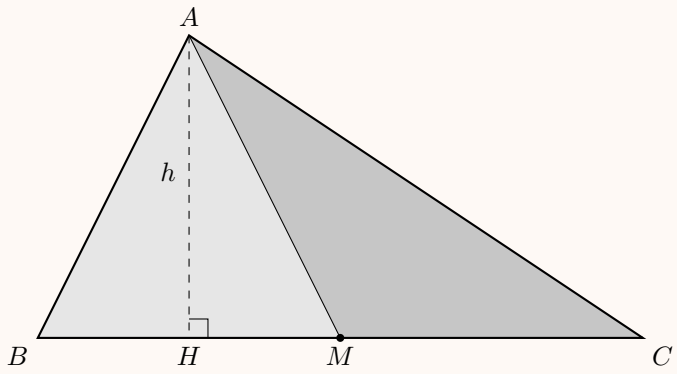
Triangles

1 Séance 6 — Médiane et aires, triangles particuliers, bilan

Activité — Deux moitiés de même aire ?

ABC est un triangle, M est le milieu de $[BC]$. On trace la médiane $[AM]$ et la hauteur issue de A, de pied H et de longueur h.



Une médiane et la hauteur issue du même sommet

1. Quelle est la base du triangle ABM ? Quelle est la hauteur relative à cette base ?
2. Même question pour le triangle ACM.
3. Comparer BM et MC.
4. En déduire une comparaison des aires des triangles ABM et ACM.

1. Base $[BM]$, hauteur relative h : la hauteur issue de A dans le triangle ABM est la même droite que dans ABC, puisque (BM) et (BC) sont la même droite.
2. Base $[MC]$, hauteur relative h également, pour la même raison.
3. $BM = MC$, puisque M est le milieu de $[BC]$.
4. Les deux triangles ont la même base et la même hauteur, donc la même aire.

Exercice — Vrai ou faux, en justifiant

1. Dans tout triangle, la médiane issue de A est perpendiculaire à $[BC]$.
2. Dans un triangle isocèle en A, la médiane issue de B est aussi une hauteur.
3. Une médiane partage un triangle en deux triangles superposables.
4. Le centre de gravité d'un triangle est toujours intérieur au triangle.

1. Faux, sauf si le triangle est isocèle en A.
2. Faux : la propriété ne concerne que le sommet principal A. Erreur très fréquente, elle consiste à généraliser à tous les sommets une propriété du seul sommet principal.
3. Faux : ils ont la même aire, ce qui ne signifie pas qu'ils sont superposables. Contre-exemple immédiat sur n'importe quel triangle non isocèle en A. C'est l'affirmation la plus intéressante de l'exercice, il faut lui laisser du temps : « même aire » et « même forme » sont deux choses différentes.
4. Vrai.

Exercice — Synthèse

ABC est isocèle en A, avec $BC = 6$ cm et $\widehat{B} = 70°$. On note M le milieu de $[BC]$ et on donne $AM = 8{,}2$ cm.

1. Calculer $\widehat{A}$.
2. Justifier que (AM) est perpendiculaire à (BC).
3. Calculer l'aire du triangle ABC.
4. Calculer l'aire du triangle ABM de deux façons différentes.

1. $\widehat{C} = \widehat{B} = 70°$, donc $\widehat{A} = 180 - (70 + 70) = 40°$.
2. ABC est isocèle en A et M est le milieu de $[BC]$: la médiane issue de A est aussi hauteur, donc $(AM) \perp (BC)$.
3. $[AM]$ est la hauteur relative à la base $[BC]$: $\dfrac{6 \times 8{,}2}{2} = 24{,}6$ cm².
4. Première façon : $[AM]$ est médiane, elle partage ABC en deux triangles de même aire, donc $24{,}6 \div 2 = 12{,}3$ cm². Seconde façon : base $BM = 3$ cm et hauteur 8,2 cm, soit $\dfrac{3 \times 8{,}2}{2} = 12{,}3$ cm². Les deux résultats coïncident.