Triangles

1 Séance 5 — Les hauteurs sont concourantes, les médianes aussi

Activité — Trois droites, un point ?

1. Tracer un triangle ABC quelconque, assez grand, avec tous ses angles aigus. Tracer ses trois hauteurs à l'équerre. Que constate-t-on ?
2. Recommencer avec un triangle ayant un angle obtus. Les hauteurs se coupent-elles encore en un même point ? Ce point est-il dans le triangle ?
3. Tracer un nouveau triangle DEF. Placer les milieux de ses trois côtés, puis relier chaque sommet au milieu du côté opposé. Que constate-t-on ?
4. Dans le triangle de la question 3, la droite reliant D au milieu de $[EF]$ est-elle perpendiculaire à $[EF]$? Passe-t-elle par le centre du cercle circonscrit ?

1. Les trois hauteurs se coupent en un même point, intérieur au triangle.
2. Elles sont encore concourantes, mais le point est à l'extérieur. Il faut prolonger les côtés en pointillés pour le voir : c'est le principal obstacle de tracé de la séance.
3. Les trois segments se coupent également en un même point.
4. Non dans le cas général : elle n'est perpendiculaire à $[EF]$ que si le triangle est isocèle en D. Elle ne passe pas non plus par le centre du cercle circonscrit. C'est la question décisive de l'activité.

Exercice — Reconnaître et tracer

Tracer un triangle ABC tel que $AB = 7$ cm, $AC = 5$ cm et $BC = 9$ cm, puis :

1. tracer en rouge la hauteur issue de A ;
2. tracer en bleu la médiane issue de A ;
3. tracer en vert la médiatrice de $[BC]$;
4. ces trois droites sont-elles confondues ? deux d'entre elles le sont-elles ?

1. Perpendiculaire à (BC) passant par A, angle droit codé.
2. Passe par A et par le milieu de $[BC]$, milieu codé.
3. Perpendiculaire à (BC) en son milieu, au compas.
4. Aucune n'est confondue avec une autre. En revanche la hauteur issue de A et la médiatrice de $[BC]$ sont **parallèles** : toutes deux perpendiculaires à (BC). Cette remarque est un bon indice de compréhension et mérite d'être valorisée si un élève la formule.

Exercice — L'affirmation de Sarah

Sarah écrit dans son cahier : « la hauteur issue de A passe par le milieu de $[BC]$, donc pour la tracer il suffit de relier A au milieu de $[BC]$ ».

1. Sarah a-t-elle toujours raison ?
2. Justifie ta réponse par une figure, en mesurant l'angle que fait la droite de Sarah avec $[BC]$.
3. Existe-t-il des triangles pour lesquels le procédé de Sarah convient ? Lesquels ?
4. Quelle droite du triangle Sarah trace-t-elle en réalité ?

1. Non, seulement dans des cas particuliers.
2. N'importe quel triangle nettement non isocèle en A, par exemple $AB = 4$ cm, $AC = 7$ cm, $BC = 8$ cm : la droite reliant A au milieu de $[BC]$ forme au pied un angle qui n'est pas droit, la mesure au rapporteur le confirme.
3. Oui : les triangles isocèles en A (et donc les triangles équilatéraux). Dans ce cas la hauteur, la médiane, la médiatrice de $[BC]$ et l'axe de symétrie sont une seule et même droite. Ce point sera repris en séance 6.
4. La médiane issue de A : Sarah a confondu hauteur et médiane.