Triangles

1 Séance 2 — Construire un triangle à partir de données partielles

Activité — Quelles données faut-il transmettre ?

Reprendre les trois questions laissées ouvertes lors de l'activité.

1. Le message A donnait 40°, 60°, 80°. Ces trois angles sont-ils compatibles ? Pourquoi les productions étaient-elles quand même toutes différentes ? Que faudrait-il ajouter ?
2. Le message C donnait 6 cm, 9 cm et 50°. Réécrire ce message de deux façons, chacune ne laissant plus aucune ambiguïté.
3. Pourquoi le message B fonctionnait-il ?

1. $40 + 60 + 80 = 180$: compatibles, donc chacun a pu tracer quelque chose. Mais trois angles ne fixent que la **forme** : rien n'impose la taille. Il faut ajouter la longueur d'un côté, en précisant lequel.
2. « Deux côtés de 6 cm et 9 cm, l'angle de 50° étant **entre** ces deux côtés » ; ou « un côté $[AB]$ de 6 cm, un côté $[BC]$ de 9 cm, l'angle de 50° étant en A ».
3. Un côté et les deux angles à ses extrémités : les deux demi-droites partant des extrémités se coupent en un seul point.

Conduite. Ne pas faire produire une liste exhaustive de « cas ». Trois programmes de construction suffisent, ils sont institutionnalisés ci-dessous.

Exercice — Constructions

Construire les triangles suivants en laissant les traits de construction, et rédiger pour chacun le programme de construction en trois lignes.

1. ABC tel que $AB = 7$ cm, $AC = 5$ cm, $BC = 4$ cm.
2. DEF tel que $DE = 6$ cm, $DF = 4{,}5$ cm et $\widehat{EDF} = 70°$.
3. GHI tel que $GH = 8$ cm, $\widehat{HGI} = 40°$ et $\widehat{GIH} = 65°$.

1. Tracer $[AB]$ de 7 cm ; arc de centre A et de rayon 5 cm ; arc de centre B et de rayon 4 cm ; C est leur point d'intersection.
2. Tracer $[DE]$ de 6 cm ; construire l'angle de 70° de sommet D ; reporter 4,5 cm sur l'autre côté de l'angle, à partir de D.
3. L'angle donné en I n'est pas à une extrémité de $[GH]$: calculer d'abord $\widehat{GHI} = 180 - (40 + 65) = 75°$. Puis tracer $[GH]$, construire 40° en G et 75° en H ; I est l'intersection des deux demi-droites.

Exercice — Message impossible, message ambigu

1. Marius envoie : « mon triangle a un côté de 6 cm, un angle de 100° et un angle de 95° ». Que se passe-t-il ? Expliquer.
2. Nour envoie : « mon triangle a deux côtés de 5 cm et de 8 cm et un angle de 40° ». Tracer **deux** triangles différents répondant à ce message.
3. Réécrire le message de Nour pour qu'il ne décrive qu'un seul triangle.

1. $100 + 95 = 195 > 180$: aucun triangle n'a ces deux angles, le côté de 6 cm n'y change rien. À l'exécution, les deux demi-droites s'écartent au lieu de se couper.
2. Premier triangle : l'angle de 40° entre les deux côtés donnés. Second : par exemple $AB = 5$ cm, $\widehat{A} = 40°$ et $BC = 8$ cm — l'angle n'est plus entre les deux côtés.
3. Par exemple : « $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm et l'angle en A mesure 40° ».

Exercice — Triangles particuliers

1. Construire un triangle isocèle RST en R tel que $ST = 6$ cm et $\widehat{S} = 55°$.
2. Construire un triangle équilatéral de côté 4,5 cm, sans rapporteur.

1. Isocèle en R donc $\widehat{T} = \widehat{S} = 55°$. On trace $[ST]$ de 6 cm et on construit 55° à chaque extrémité. On peut vérifier : $\widehat{R} = 180 - (55 + 55) = 70°$.
2. Trois côtés égaux : tracer un côté de 4,5 cm, puis deux arcs de rayon 4,5 cm centrés sur ses extrémités. Le rapporteur est inutile.