Triangles

1 Séance 1 — La somme des angles d'un triangle

Activité — Le puzzle des trois coins

1. Tracer sur une feuille blanche un triangle **quelconque**, différent de celui de son voisin. Colorier ses trois angles de trois couleurs différentes.
2. Découper le triangle, puis découper les trois coins.
3. Juxtaposer les trois coins, sommets contre sommets, sans les superposer.
4. Que constate-t-on ? Comparer avec son voisin.

Les trois angles juxtaposés forment un angle plat : leurs côtés extérieurs sont alignés.

Exercice — Application directe

Calculer la mesure de l'angle manquant, en écrivant le calcul.

1. Dans le triangle ABC : $\widehat{A} = 47°$ et $\widehat{B} = 68°$.
2. Dans le triangle DEF : $\widehat{D} = 90°$ et $\widehat{E} = 34°$.
3. Dans le triangle GHI, isocèle en G : $\widehat{G} = 40°$.

1. $180 - (47 + 68) = 180 - 115 = 65$. L'angle $\widehat{C}$ mesure $65°$.
2. $180 - (90 + 34) = 180 - 124 = 56$. L'angle $\widehat{F}$ mesure $56°$.
3. Les angles à la base sont égaux. $180 - 40 = 140$, puis $140 \div 2 = 70$. Les angles $\widehat{H}$ et $\widehat{I}$ mesurent $70°$.

Exercice — Trois copies à examiner

On cherche la mesure du troisième angle d'un triangle dont deux angles mesurent $47°$ et $68°$. Voici ce qu'ont écrit trois élèves.

- **Anaïs** : $180 - 47 + 68 = 133 + 68 = 201$
- **Bilal** : $180 - (47 + 68) = 180 - 115 = 65$
- **Cléo** : $47 + 68 = 115$, donc l'angle mesure $115°$

1. Quelle copie est correcte ?
2. Pour chacune des deux autres, dire à quelle étape précise l'erreur est commise et expliquer en une phrase pourquoi c'est une erreur.
3. L'une des copies pouvait être écartée sans refaire aucun calcul. Laquelle, et comment ?

1. Bilal.
2. **Anaïs** : l'erreur est dans l'écriture même, dès la première égalité. Sans parenthèses, la soustraction et l'addition se font de gauche à droite : elle a donc calculé $(180 - 47) + 68$ au lieu de $180 - (47 + 68)$. Elle a ajouté le second angle au lieu de le retirer. L'erreur est **opératoire**, pas géométrique : son raisonnement de départ était bon. **Cléo** : elle a calculé la somme des deux angles connus et l'a prise pour le troisième. Elle n'a pas utilisé le théorème, elle a utilisé les données.
3. Celle d'Anaïs. Un angle de 201° dépasse 180° : à lui seul il excède déjà la somme des trois angles. Un résultat supérieur à 180° est nécessairement faux.

Exercice — Vrai ou faux, en justifiant

1. Un triangle peut avoir un angle de 100° et un angle de 95°.
2. Un triangle rectangle peut être isocèle.
3. Un triangle isocèle peut avoir un angle de 100° à sa base.

1. Faux : $100 + 95 = 195 > 180$, il ne resterait rien pour le troisième angle, et même moins que rien.
2. Vrai : 90°, 45°, 45°.
3. Faux : les deux angles à la base sont égaux, ils vaudraient 100° chacun, soit 200° à eux seuls. En revanche l'angle de 100° peut être l'angle au sommet principal : les angles à la base valent alors 40°.