Symétrie centrale

1 Séance 3 — Ce que le demi-tour conserve

Exercice — Application directe

$A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par le demi-tour de centre O. On donne $AB = 7$ cm, $BC = 4{,}5$ cm, $\widehat{BAC} = 42°$ et l'aire de ABC vaut 13 cm².
Réponds sans mesurer et **justifie chaque réponse**.

1. Combien vaut $A'B'$?
2. Combien vaut $B'C'$?
3. Combien mesure l'angle $\widehat{B'A'C'}$?
4. Quelle est l'aire de $A'B'C'$?
5. Que peut-on dire des droites (AB) et $(A'B')$?

1. $A'B' = 7$ cm, car le demi-tour conserve les longueurs.
2. $B'C' = 4{,}5$ cm, même justification.
3. $\widehat{B'A'C'} = 42°$, car le demi-tour conserve les mesures d'angles.
4. 13 cm², car il conserve les aires.
5. Elles sont parallèles, car l'image d'une droite par un demi-tour est une droite qui lui est parallèle.

Exercice — Ce qui est déjà donné

M', N' et P' sont les images de M, N et P par le demi-tour de centre O. On sait que I est le milieu de $[MN]$.

1. Que peut-on dire de l'image I' du point I ?
2. On sait de plus que M, N et P sont alignés. Que peut-on dire de M', N' et P' ?
3. La droite (MN) coupe la droite $(M'N')$? Justifie.

1. I' est le milieu de $[M'N']$, car le demi-tour conserve les milieux.
2. Ils sont alignés, car le demi-tour conserve l'alignement.
3. Non, elles ne se coupent pas : $(M'N')$ est l'image de (MN), donc elle lui est parallèle. Deux droites parallèles distinctes n'ont aucun point commun.

Exercice — Le plan du refuge

Sur le plan d'un refuge, la salle commune est un rectangle de 8 m sur 5 m. L'architecte dessine une seconde salle, image de la première par le demi-tour de centre O, où O est le point marquant le poêle central.

1. Quelles sont les dimensions de la seconde salle ? Justifie.
2. Quelle est son aire ?
3. Les murs de 8 m des deux salles sont-ils parallèles ? Justifie.
4. L'architecte peut-il, par ce procédé, obtenir une salle deux fois plus grande ? Explique.

1. 8 m sur 5 m : le demi-tour conserve les longueurs.
2. 40 m^2, puisqu'il conserve les aires — ou par le calcul 8×5.
3. Oui : chacun est l'image de l'autre, et l'image d'une droite est une droite parallèle.
4. Non. Un demi-tour donne toujours une figure superposable à celle de départ : il déplace, il n'agrandit pas.