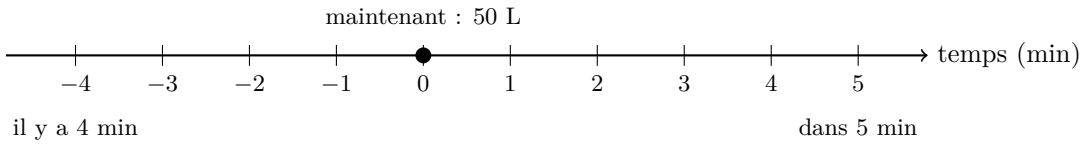
Produit et quotient de nombres relatifs

Activité de découverte — La citerne qui fuit

Activité — Un calcul qui n'a plus de sens

Une citerne d'arrosage fuit depuis ce matin, toujours au même rythme : elle perd 3 litres chaque minute. **Maintenant**, elle contient 50 litres.
On repère les instants par rapport à maintenant : $+2$ signifie « dans 2 minutes », -2 signifie « il y a 2 minutes ».



Le temps repéré autour de « maintenant »

Instant	0	1	2	3	5
Volume (L)	50	…	…	…	…

1. Recopie et complète le tableau. Entre maintenant et l'instant 5, le volume a **varié** de -15 L : écris cette variation comme un produit de deux nombres, puis fais de même pour l'instant 2.
2. Recopie et complète : **pour connaître la variation de volume, on multiplie** … **par** …
3. Quel volume la citerne contenait-elle il y a 4 minutes ? Réponds en raisonnant sur la fuite, sans multiplication. Quelle est donc la variation de volume entre maintenant et l'instant -4 ?
4. D'après la phrase de la question 2, cette variation s'écrit $(-3)\times(-4)$. Quelle valeur ce produit devrait-il avoir ? Or $(-3)\times 5$, c'est $(-3)+(-3)+(-3)+(-3)+(-3)$: écris de la même manière ce que devrait signifier $(-3)\times(-4)$. Que constates-tu ?

Séance 1 — Découverte et règle des signes du produit

Objectif : Déterminer le signe d'un produit ou d'un quotient sans le calculer ; Calculer le produit de deux nombres décimaux relatifs, puis d'un produit de plusieurs facteurs

Mise en commun de l'activité

L'activité s'est arrêtée sur une conclusion et un problème :

La situation impose $(-3) \times (-4) = 12$.

La définition « addition répétée » ne permet pas de l'obtenir.

Propriété 1 : Produit de deux nombres relatifs

$\times$	second facteur positif	second facteur négatif
premier facteur positif	_____	_____
premier facteur négatif	_____	_____

Exemple — Quatre cas

$6 \times 7 = 42$

$(-6) \times 7 = -42$

$6 \times (-7) = -42$

$(-6) \times (-7) = 42$

Avec des décimaux : $(-2,5) \times 4 = -10$ et $(-0,5) \times (-6) = 3$.

Seul le premier est lancé en classe ; les deux autres sont repris en ouverture de la séance 2.

Exercice — Application directe

Calculer.

a. $(-5) \times 6$ **c.** $7 \times (-3)$ **e.** $(-1) \times 8$ **g.** $(-2,5) \times (-4)$

d. $(-9) \times (-2)$

b. $(-5) \times (-6)$ **f.** $(-4) \times 0$ **h.** $0,3 \times (-6)$

Exercice — Le signe d'abord

Sans effectuer le calcul, indiquer si le résultat est positif, négatif ou nul.

a. $(-12) \times 4$ **b.** $(-1,5) \times (-8)$ **d.** $3,2 \times (-0,1)$ **e.** $(-100) \times (-0,01)$

c. $0 \times (-17)$

Exercice — Retrouver le facteur manquant

Compléter par le nombre qui convient.

a. $(-6) \times \cdots = -42$ **b.** $\cdots \times (-5) = 45$ **c.** $(-3) \times \cdots = 0$ **d.** $\cdots \times (-1) = 7$

Séance 2 — Produit de plusieurs facteurs et carré d'un relatif

◎ **Objectif :** Calculer le produit de deux nombres décimaux relatifs, puis d'un produit de plusieurs facteurs ; Distinguer le carré d'un nombre relatif de l'opposé de son carré

Recherche — compter les signes

Sans calculatrice :

$A = (-2) \times (-5)$

$B = (-2) \times (-5) \times (-3)$

$C = (-2) \times (-5) \times (-3) \times (-1)$

$D = (-2) \times (-5) \times (-3) \times (-1) \times (-4)$

1. Calculer A, puis B, puis C, puis D en avançant d'un facteur à la fois.
2. Observer les signes obtenus. Que se passe-t-il à chaque nouveau facteur ?
3. Sans calculer, prévoir le signe d'un produit de **sept** facteurs tous négatifs.

$-3 \times 4 \times (-2) \times (-5) = -120$

ils s'annulent — il en reste un

trois négatifs — nombre impair — le produit est **négatif**

$-3 \times 4 \times (-2) \times 5 = 120$

ils s'annulent

deux négatifs — nombre pair — le produit est **positif**

Les facteurs négatifs s'annulent deux par deux

Propriété 2 : Signe d'un produit de plusieurs facteurs

Propriété 3 : Carré d'un nombre relatif

Exercice — Signe puis valeur

Pour chaque produit, donner d'abord le signe, puis la valeur.

a. $(-2) \times (-3) \times (-5)$ **c.** $5 \times (-2) \times (-1) \times 3$ **e.** $(-7) \times 4 \times 0 \times (-9)$

b. $(-1) \times (-4) \times (-2) \times (-3)$ **d.** $(-0,5) \times 6 \times (-2)$

Exercice — Carrés et parenthèses

Calculer.

a. $(-3)^2$ **c.** $(-1)^2$ **e.** $(-2)^3$ **g.** $-(-5)^2$

b. -3^2 **d.** -1^2 **f.** $(-10)^2$

Exercice — Vrai ou faux, avec justification

Répondre par vrai ou faux, et justifier en une phrase ou par un contre-exemple.

a. Le produit de deux nombres négatifs est toujours positif.

b. Le produit de trois nombres négatifs est toujours négatif.

c. Le carré d'un nombre relatif est toujours positif.

d. Si un produit est négatif, alors tous ses facteurs sont négatifs.

Séance 3 — Quotient de deux nombres relatifs

◎ **Objectif :** Calculer le quotient de deux nombres décimaux relatifs et passer d'une écriture fractionnaire à une autre

Recherche — diviser, c'est chercher un facteur

Compléter chaque égalité par le nombre qui convient.

$\cdots \times 3 = -12$

$\cdots \times (-3) = -12$

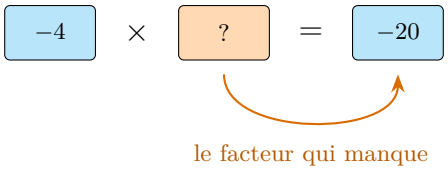
$\cdots \times (-3) = 12$

$\cdots \times (-4) = 0$

Puis : **quel calcul permet de trouver directement chacun de ces nombres ?**

Définition 1 : Quotient de deux nombres relatifs





$? = \dfrac{-20}{-4} = 5$: deux nombres de même signe, quotient positif

la règle des signes de la division est celle du produit

Le quotient est le facteur qui manque

Propriété 4 : Règle des signes du quotient



Exemple — Quatre cas

$\dfrac{12}{3} = 4$

$\dfrac{-12}{3} = -4$

$\dfrac{12}{-3} = -4$

$\dfrac{-12}{-3} = 4$

Vérification du dernier : $4 \times (-3) = -12$, **ce qui est bien le numérateur.**

Propriété 5 : Trois écritures pour un même quotient

$$\frac{-6}{5} = \frac{6}{-5} = -\frac{6}{5}$$

trois écritures, un seul nombre — la troisième est celle qu'on préfère : le signe se lit d'un coup

Trois écritures, un seul nombre

Exercice — Application directe

Calculer.

a. $\dfrac{-56}{8}$

b. $\dfrac{-42}{-6}$

c. $\dfrac{35}{-5}$

d. $(-4,5) \div (-0,5)$

e. $\dfrac{0}{-3}$

f. $\dfrac{-2,4}{4}$

g. $(-7,2) \div 9$

h. $\dfrac{-100}{-10}$

Exercice — Changer d'écriture

Compléter.

a. $\dfrac{-15}{4} = \dfrac{15}{\ldots} = -\dfrac{15}{\ldots}$

b. $\dfrac{9}{-2} = \dfrac{\ldots}{2} = -\dfrac{\ldots}{2}$

c. Écrire $-\dfrac{3}{7}$ de deux autres façons.

Exercice — Vérifier par le produit

Sans poser la division, dire si chaque égalité est vraie ou fausse, en effectuant un produit.

a. $\dfrac{-48}{6} = -8$

b. $\dfrac{-30}{-5} = -6$

c. $\dfrac{5,4}{-9} = -0,6$

Séance 4 — Enchaîner les quatre opérations

Objectif : Enchaîner les quatre opérations sur des nombres relatifs en respectant les priorités

Recherche — quatre élèves, quatre résultats

Le même calcul, $-5 - 4 \times (-3)$, a été rendu par quatre élèves.

Adam : $-5 - 4 \times (-3) = -9 \times (-3) = 27$

Bilal : $-5 - 4 \times (-3) = -5 - 12 = -17$

Chloé : $-5 - 4 \times (-3) = -5 + 12 = 7$

Dounia : $-5 - 4 \times (-3) = -5 - (-12) = -17$

1. Un seul résultat est correct. Lequel ?
2. Pour chacun des trois autres, expliquer l'erreur commise.

Exemple — Trois enchaînements

$-5 + 3 \times (-4) = -5 + (-12) = -17$

$(-2) \times (7 - 10) = (-2) \times (-3) = 6$

$\dfrac{(-3) \times 8}{-6} = \dfrac{-24}{-6} = 4$

Dans le dernier, la barre de fraction joue le rôle de parenthèses : on calcule d'abord le numérateur et le dénominateur, puis on divise.

Exercice — Application directe

Calculer en détaillant les étapes.

a. $-8+5\times(-2)$ c. $12-(-2)\times 6$ e. $\dfrac{-36}{-4}-10$ f. $\dfrac{(-2)\times(-15)}{-5}$

b. $-3\times(-4)+7$ d. $(-5+2)\times(-7)$

Exercice — Substituer une valeur

Calculer chaque expression pour $x=-3$.

a. $A=4x$ b. $B=x^2$ c. $C=2x-5$ d. $D=10-3x$

Exercice — Placer les parenthèses

1. Dans chaque cas, placer une paire de parenthèses pour que l'égalité devienne vraie.

a. $-2+6\times 5=20$ b. $-4\times 3-8=20$ c. $-20\div 5-1=-5$ d. $5-3\times(-2)=-4$

2. Peut-on obtenir 44 en plaçant une paire de parenthèses dans $-4\times3-8$? Justifier.

Séance 5 — Atelier d'erreurs et problèmes

Objectif : Résoudre des problèmes mobilisant un produit ou un quotient de nombres relatifs

Exercice — Sept calculs à examiner

Voici sept calculs rendus par des élèves. Pour **chacun** :

1. dire si le résultat est correct ;
2. si le calcul est faux, entourer l'endroit exact où l'erreur se produit, expliquer en une phrase ce que l'élève a confondu, puis écrire le calcul juste.

Yanis : $(-4)\times(-2,5)=-10$

Lina : $-3^2=9$

Malo : $\dfrac{-18}{-3}=-6$

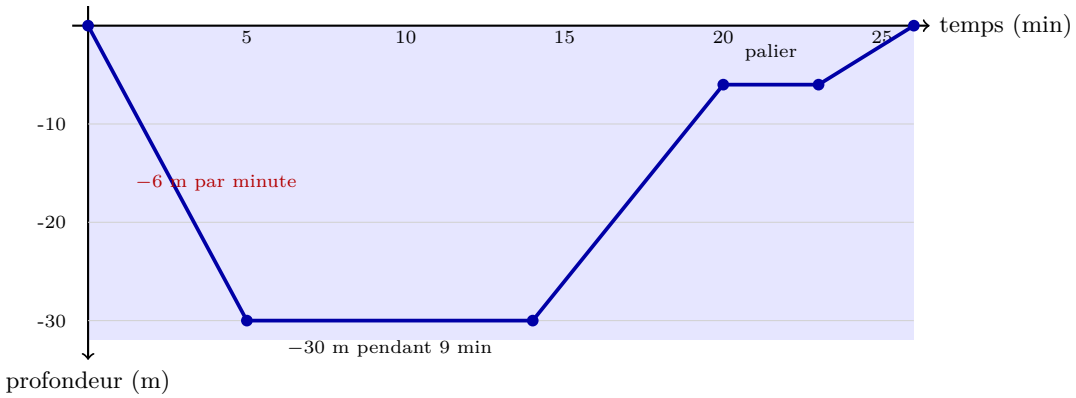
Zoé : $-5+2\times(-4)=(-3)\times(-4)=12$

Sami : $\dfrac{-24}{8}+(-2)\times(-3)=-3+6=3$

Anaïs : $(-2)\times(-3)\times(-5)=30$

Ibrahim : $(-6) \times (-4) = -10$

Problèmes



Un profil de plongée : toutes les profondeurs sont négatives

Exercice — Le plongeur

Un plongeur descend à vitesse constante. Chaque seconde, son altitude diminue de $1,2$ mètre. Au départ, il est à la surface, à l'altitude 0.

1. À quelle altitude se trouve-t-il au bout de 25 secondes ?
2. Il s'arrête à l'altitude -54 m. Combien de temps sa descente a-t-elle duré ?
3. Un second plongeur descend deux fois plus vite. Écrire le calcul donnant son altitude au bout de 25 secondes, puis l'effectuer.

Exercice — Températures

Une station météo a relevé, cinq matins de suite, les températures suivantes : -6 °C ; -2 °C ; 1 °C ; -5 °C ; -3 °C.

1. Calculer la température moyenne de ces cinq matins.
2. Le lendemain, il a fait -9 °C. La moyenne des six relevés est-elle plus grande ou plus petite que celle des cinq premiers ? Répondre d'abord sans calculer, puis vérifier.

Exercice — Le compte débiteur

Le compte de Nadia est à -18 € au début du mois. Chaque semaine, un abonnement de $7{,}50$ € est prélevé, et rien n'est versé.

1. Quel est le solde après 4 semaines ?
2. Nadia veut que son solde ne descende pas en dessous de -100 €. Combien de semaines au maximum peut-elle laisser courir l'abonnement ?

Séance 6 — QCM formatif, bilan et préparation à l'évaluation

Objectif : Faire le point avant l'évaluation

QCM formatif

Le QCM se passe sans calculatrice et sans le cahier. Il ne compte pas dans la moyenne : ce qu'on y cherche, ce sont les questions ratées, pas le score. À côté de chaque question, coche aussi si tu es sûr ou non de ta réponse — une bonne réponse dont tu n'es pas sûr est à retravailler autant qu'une erreur.

Fiche « ce que je dois savoir faire »

$\times$ ou $\div$	$+$	$-$
$+$	$+$	$-$
$-$	$-$	$+$

même signe $\rightarrow$ **positif**
signes contraires $\rightarrow$ **négatif**
la même règle pour le produit et pour le quotient

La règle des signes, pour le produit comme pour le quotient

Exercice — Test de fin de séquence

Trois minutes par question, sans le cahier.

a. Calculer $(-7) \times (-6)$, puis $\dfrac{-7{,}2}{-9}$.

b. Sans calculer, donner le signe de $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$.

c. Calculer $(-6)^2$, puis -6^2.

d. Calculer $-3 + 5 \times (-4)$.

e. Calculer $2a - 7$ pour $a = -5$.

Entraînement en ligne

Ces exercices sont générés au hasard : on peut les refaire autant de fois que nécessaire, la correction est immédiate.

> **La note ne compte pour le bonus que si l'on est connecté.** En ouvrant un exercice par l'un des liens ci-dessous, on s'entraîne librement, mais rien n'est enregistré. Pour que le travail compte, il faut passer par la classe sur WIMS et ouvrir la feuille de la séquence.

- Obj. 1.1 Le signe sans calculer
- Obj. 1.2 Signe d'un produit de plusieurs facteurs
- Obj. 2.1 Multiplier deux relatifs
- Obj. 2.2 Produit de plusieurs facteurs
- Obj. 3.1 Carré cube et parenthèses
- Obj. 4.1 Diviser deux relatifs
- Obj. 4.2 Trois écritures d'un même quotient
- Obj. 5.1 Priorités avec des relatifs
- Obj. 5.2 Remplacer une lettre par un nombre négatif
- Obj. 6.1 Variations : produit et quotient