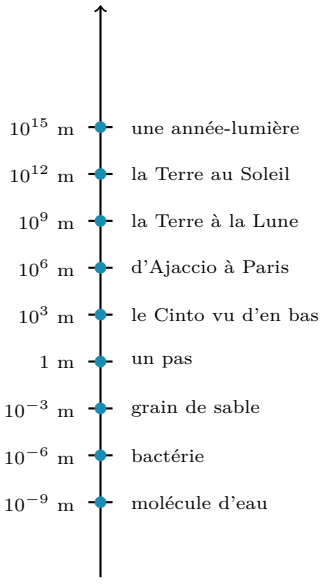
Puissances de dix

Activité de découverte — Le tableau du professeur de physique

Activité — Des nombres qu'on n'arrive plus à écrire

Voici six longueurs, toutes exprimées en mètres, telles qu'on les trouve dans un manuel de physique-chimie.

Objet mesuré	Longueur en mètres
Distance de la Terre au Soleil	$149\,600\,000\,000$
Diamètre d'un cheveu	$0,000\,07$
Diamètre de la Voie lactée	$950\,000\,000\,000\,000\,000\,000$
Taille d'un virus de la grippe	$0,000\,000\,1$
Rayon de la Terre	$6\,370\,000$
Épaisseur d'une feuille de papier	$0,000\,1$



De la molécule d'eau à l'année-lumière : chaque cran multiplie par mille

1. Range ces six longueurs de la plus petite à la plus grande. Écris en une phrase **ce que tu as dû faire** pour y arriver, et ce qui rend ce rangement pénible. Compare ensuite ta réponse avec celle de ton voisin : si vous n'êtes pas d'accord, sur quelles lignes porte le désaccord ?

Deux élèves comparent $0,000\,000\,1$ et $0,000\,000\,05$.

Nour : le deuxième est plus grand, il a plus de chiffres.

Ilyès : non, le premier est plus grand, j'ai compté les zéros.

2. Qui a raison ? Explique comment tu en es sûr. Compter les zéros pour être sûr de sa réponse : cette méthode te paraît-elle fiable ? Explique pourquoi.
3. Un ordinateur effectue $2\,000\,000\,000$ opérations élémentaires par seconde. Écris le calcul qui donne le nombre d'opérations effectuées en une heure, effectue-le à la calculatrice, et recopie **exactement** ce qui s'affiche à l'écran.
4. Que signifie cet affichage ? Écris le résultat en entier si tu y arrives — et si tu n'y arrives pas, explique pourquoi.

Séance 1 — Une écriture courte pour les grands nombres

Objectif : Écrire et utiliser les puissances de 10, d'exposant positif puis négatif, et calculer avec elles

Exercice — Lire et écrire

1. Donne l'écriture décimale de :
   a. 10^2 c. 10^7 e. 10^1
   b. 10^5 d. 10^0
2. Écris sous la forme 10^n :
   a. $1\,000$ c. 10 e. $1\,000\,000\,000\,000$
   b. $100\,000$ d. 1
3. Combien de zéros comporte l'écriture décimale de 10^{12} ? Et celle de 10^{25} ? Réponds sans les écrire.

Exercice — Séparer le début et la puissance

Écris chaque nombre sous la forme $a \times 10^n$, où a est un nombre décimal et n un entier positif.

a. 700 c. $1\,200\,000$ e. $9\,300$
b. $60\,000$ d. $85\,000\,000$ f. $150\,000\,000\,000$

Exercice — Retour au tableau de physique

Reprends la table de l'activité de découverte.

1. Écris le rayon de la Terre, $6\,370\,000$ m, sous la forme $a \times 10^n$.
2. Fais de même pour la distance de la Terre au Soleil, $149\,600\,000\,000$ m.
3. Laquelle des deux écritures — décimale ou avec une puissance de 10 — te permet de dire le plus vite lequel des deux nombres est le plus grand ? Explique en une phrase.

Séance 2 — Descendre au-dessous de 1

Objectif : Écrire et utiliser les puissances de 10, d'exposant positif puis négatif, et calculer avec elles

Activité — Que se passe-t-il si l'on continue ?

On descend la liste des puissances de 10 en divisant chaque fois par 10.

Puissance	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	?	?	?
Valeur	$10\,000$	$1\,000$	100	10	1	?	?	?

1. Que fait-on à l'exposant lorsqu'on passe d'une colonne à la suivante vers la droite ?
2. Que fait-on à la valeur ?
3. Complète les trois dernières colonnes, exposant et valeur, en gardant les deux règles que tu viens d'énoncer.
4. Quelle valeur donnerais-tu à 10^{-6} ? Écris-la.

Exercice — Aller et venir

1. Donne l'écriture décimale de :

   a. 10^{-1} b. 10^{-4} c. 10^{-2} d. 10^{-7}

2. Écris sous la forme 10^n, avec n entier relatif :

   a. $0,01$ c. $0,000\,000\,01$ e. $0,1$

   b. $0,000\,1$ d. 100

3. Range dans l'ordre croissant : 10^{-2} ; 10^3 ; 10^{-5} ; 10^0 ; 10^{-1}.

Exercice — Quatre écritures à examiner

Quatre élèves ont écrit l'écriture décimale de 10^{-4}.

Naïm : $10^{-4} = -10\,000$ **Théo** : $10^{-4} = 0,00001$

Sarah : $10^{-4} = 0,0001$ **Léna** : $10^{-4} = -0,0001$

1. Qui a raison ?
2. Pour chacun des trois autres, explique en une phrase l'erreur commise.

Exercice — Des ordres de grandeur familiers

Écris chaque longueur sous la forme $a \times 10^n$, avec n entier relatif.

a. Épaisseur d'une feuille de papier : $0,000\,1$ m

b. Diamètre d'un cheveu : $0,000\,07$ m

c. Taille d'un virus : $0,000\,000\,1$ m

d. Diamètre d'un globule rouge : $0,000\,007$ m

e. Un millimètre, en mètres

Séance 3 — Calculer avec les puissances de dix

Objectif : Écrire et utiliser les puissances de 10, d'exposant positif puis négatif, et calculer avec elles

Activité — Pourquoi les exposants s'ajoutent

1. Écris $10^3 \times 10^2$ comme un produit de facteurs 10, puis compte ces facteurs. Sous quelle forme 10^n peux-tu écrire le résultat ?
2. Recommence avec $10^4 \times 10^5$, puis avec $10^1 \times 10^6$.
3. Que remarques-tu à chaque fois sur les exposants ?
4. Le calcul $10^3 \div 10^2$ revient à simplifier $\dfrac{10 \times 10 \times 10}{10 \times 10}$. Combien de facteurs 10 reste-t-il ? Écris le résultat sous la forme 10^n.
5. Ta remarque de la question 3 vaut-elle encore pour $10^{-2} \times 10^5$? Vérifie en repassant par les écritures décimales.

Exercice — Application directe

Écris chaque résultat sous la forme 10^n.

a. $10^4 \times 10^3$

b. $10^6 \times 10^{-2}$

c. $10^{-3} \times 10^{-5}$

d. $\dfrac{10^9}{10^4}$

e. $\dfrac{10^2}{10^{-6}}$

f. $\dfrac{10^{-1}}{10^3}$

g. $\dfrac{1}{10^7}$

h. $10^8 \times 10^{-8}$

Exercice — Regrouper avant de calculer

Écris chaque résultat sous la forme $a \times 10^n$, avec a décimal.

1. $3 \times 10^5 \times 2 \times 10^4$
2. $5 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^7$
3. $\dfrac{8 \times 10^6}{2 \times 10^2}$
4. $\dfrac{9 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{-7}}$
5. $\dfrac{2 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-1}}$

Exercice — Vrai ou faux, avec justification

Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse et justifie.

a. $10^3 \times 10^3 = 10^9$

b. 10^{-2} est un nombre négatif.

c. $\dfrac{10^5}{10^5} = 0$

d. $10^4 + 10^4 = 10^8$

e. $\dfrac{1}{10^{-3}} = 10^3$

Séance 4 — La notation scientifique

Objectif : Écrire un nombre en notation scientifique, et s'en servir pour comparer et ranger des nombres

Activité — Lire enfin l'écran

La calculatrice affichait `7.2E12` pour $2\,000\,000\,000 \times 3\,600$.

1. Vérifie que $2\,000\,000\,000 = 2 \times 10^9$ et que $3\,600 = 3,6 \times 10^3$.
2. Calcule le produit $2 \times 10^9 \times 3,6 \times 10^3$ en regroupant les nombres d'un côté et les puissances de 10 de l'autre.
3. Compare ton résultat à l'affichage de l'écran. Que signifie donc le `E` d'une calculatrice ?

Exercice — Reconnaître

Ces écritures sont-elles en notation scientifique ? Si non, dis pourquoi et corrige.

a. $6,7 \times 10^5$

b. $12,4 \times 10^3$

c. $0,9 \times 10^{-2}$

d. 1×10^{-8}

e. $9,99 \times 10^{12}$

f. 10×10^4

Exercice — Écrire en notation scientifique

Donne la notation scientifique de chaque nombre.

a. $52\,000$

b. $8\,300\,000$

c. $0,000\,64$

d. $0,07$

e. $149\,600\,000\,000$

f. $0,000\,000\,001\,2$

g. $6,5$

h. 940

Exercice — Revenir à l'écriture décimale

Donne l'écriture décimale de chaque nombre.

a. $3,7 \times 10^4$

b. 9×10^{-3}

c. $2,05 \times 10^6$

d. $8,4 \times 10^{-5}$

e. $1,6 \times 10^{-1}$

Exercice — Calculer, puis conclure en notation scientifique

Effectue et donne le résultat en notation scientifique.

1. $4 \times 10^7 \times 5 \times 10^3$

2. $\dfrac{7,2 \times 10^{-2}}{2,4 \times 10^4}$

3. $(3 \times 10^5)^2$

Séance 5 — Comparer et ranger sans compter les zéros

Objectif : Écrire un nombre en notation scientifique, et s'en servir pour comparer et ranger des nombres

Activité — Qui est le plus grand ?

On veut comparer $A = 3\,400\,000$ et $B = 890\,000$.

1. Compare A et B en écriture décimale. Combien de chiffres faut-il compter ?
2. Écris A et B en notation scientifique.
3. Compare-les de nouveau à partir de ces écritures. Qu'as-tu regardé en premier ?

On veut maintenant comparer $C = 4,7\times10^{8}$ et $D = 4,7\times10^{5}$, puis $E = 2,3\times10^{6}$ et $F = 9,1\times10^{6}$.

4. Compare C et D, puis E et F. Explique à chaque fois ce qui a suffi à décider.
5. Rédige la règle générale que tu viens d'utiliser, en deux phrases.

Exercice — Comparer

Complète par $<$ ou $>$.

a. $5,2 \times 10^{9} \dots 8,7 \times 10^{8}$

b. $6,1 \times 10^{-3} \dots 6,4 \times 10^{-3}$

c. $9,9 \times 10^{-7} \dots 1,1 \times 10^{-6}$

d. $2 \times 10^{4} \dots 2 \times 10^{-4}$

e. $7,5 \times 10^{0} \dots 1,2 \times 10^{1}$

Exercice — Ranger

1. Range dans l'ordre croissant : $3,4 \times 10^{5}$; $2,9 \times 10^{6}$; $8,1 \times 10^{4}$; $3,4 \times 10^{6}$.
2. Range dans l'ordre décroissant : 6×10^{-2} ; 6×10^{-5} ; $1,2 \times 10^{-1}$; $9,9 \times 10^{-3}$.
3. Range dans l'ordre croissant, en écrivant d'abord chaque nombre en notation scientifique : $0,004$; 52×10^{-4} ; $3,1 \times 10^{-3}$; $0,000\,9$.

Exercice — Deux comparaisons à examiner

Un exercice demandait de comparer $A = 6,3 \times 10^{7}$ et $B = 4,1 \times 10^{9}$.

> **Yanis** : $6,3 > 4,1$ donc $A > B$.
>
> **Maïa** : A a moins de chiffres que B, donc $A < B$. Je le vois parce que $7 < 9$.

1. Qui a la bonne conclusion ?
2. L'argument de chacun est-il correct ? Réponds séparément sur la conclusion et sur le raisonnement.
3. Donne un exemple de deux nombres pour lesquels le raisonnement de Yanis donnerait la bonne conclusion.

Séance 6 — Ordres de grandeur

Objectif : Donner l'ordre de grandeur d'un nombre ou d'un résultat, et l'utiliser pour contrôler un calcul

Activité — Trois résultats, un seul plausible

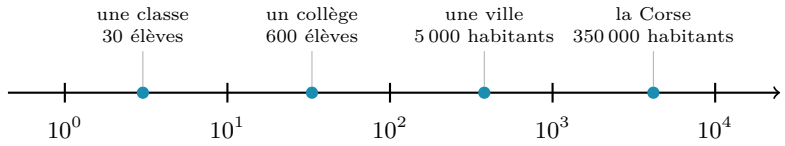
Un élève doit calculer le nombre de battements du cœur d'une personne de 80 ans, à raison de 70 battements par minute.
Il tape le calcul à la calculatrice et obtient, selon la façon dont il l'a saisi, l'un de ces trois affichages :

Écran 1 : `2.94E9`

Écran 2 : `2.94E7`

Écran 3 : `2.94E12`

1. Combien y a-t-il de minutes dans une heure ? dans un jour ? dans un an ? Donne à chaque fois une valeur approchée simple.
2. Sans faire le calcul exact, estime le nombre de battements en une année.
3. Multiplie ton estimation par 80. Quel écran est le seul possible ?
4. Que t'a-t-il fallu pour trancher : le calcul exact, ou autre chose ?



chaque cran vaut dix fois le précédent : on compare les ordres, pas les chiffres

Ranger des grandeurs par crans de dix

Exercice — Donner un ordre de grandeur

Donne un ordre de grandeur de chaque nombre, sous la forme 10^n.

a. $4,2 \times 10^6$

b. $8,8 \times 10^3$

c. $6,1 \times 10^{-4}$

d. $1,9 \times 10^{-9}$

e. $52\,000$

f. $0,000\,73$

Exercice — Estimer avant de calculer

Pour chaque calcul, donne d'abord une estimation sous la forme $a \times 10^n$, puis effectue à la calculatrice et compare.

1. $3\,120 \times 41\,000$

2. $0,000\,42 \times 5\,900$

3. $\dfrac{7\,800\,000}{0,000\,4}$

Exercice — Le résultat est-il plausible ?

Pour chaque situation, dis si le résultat annoncé est plausible. Justifie par un ordre de grandeur, sans faire le calcul exact.

a. Une salle contient 28 rangées de 32 sièges. Un élève annonce $8\,960$ sièges.

b. La population mondiale est d'environ 8×10^9 personnes. Un journal annonce que chacune consomme en moyenne $2,5$ L d'eau par jour, soit 2×10^7 L pour la planète et par jour.

c. Un disque dur de 2×10^{12} octets contient des photos de 4×10^6 octets. Un élève annonce qu'il peut en stocker environ 5×10^5.

Séance 7 — Les préfixes, de nano à giga

Objectif : Connaître les préfixes de nano à giga et changer d'unité avec eux

Activité — Ce que disent les étiquettes

Voici cinq indications relevées sur des objets ou dans des documents.

Indication	Signification
Une clé USB de 32 Go	32 gigaoctets
Un processeur à 3 GHz	3 gigahertz
Un comprimé de 500 mg	500 milligrammes
Une lumière de 600 nm	600 nanomètres
Un microscope grossissant jusqu'à $0,2$ μm	$0,2$ micromètre

1. Quels préfixes reconnais-tu déjà, pour les avoir rencontrés en sixième ou en cinquième ?
2. Range ces cinq préfixes du plus petit au plus grand, à ton idée.
3. Un disque dur de 1 To contient-il plus ou moins qu'une clé de 32 Go ? Sur quoi t'appuies-tu ?
4. Que remarques-tu sur la façon dont ces préfixes sont espacés ?

Exercice — Lire un préfixe

Écris chaque quantité dans l'unité de base, en notation scientifique.

a. 12 km, en mètres

b. 350 mg, en grammes

c. $2,4$ GHz, en hertz

d. 600 nm, en mètres

e. 8 μm, en mètres

f. 64 Mo, en octets

Exercice — Passer d'un préfixe à l'autre

1. Un cheveu a un diamètre de 70 μm. Exprime-le en nanomètres, puis en millimètres.
2. Une mémoire de 4 Go, exprimée en mégaoctets.
3. Une distance de $2,5 \times 10^{-3}$ m, exprimée en micromètres.
4. Une fréquence de 850 MHz, exprimée en gigahertz.

Exercice — Comparer des grandeurs de la vie courante

Range du plus petit au plus grand, après avoir tout exprimé en mètres et en notation scientifique.

- La longueur d'onde de la lumière rouge : 700 nm
- Le diamètre d'un globule rouge : 7 μm
- L'épaisseur d'une feuille de papier : $0,1$ mm
- La taille d'un atome : $0,1$ nm
- La hauteur de la tour Eiffel : $0,33$ km

Séance 8 — Des puissances pour toutes les bases

Objectif : Simplifier l'écriture d'un produit de facteurs égaux à l'aide d'une puissance

Activité — Raccourcir une écriture

Voici quatre produits.

- $P = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$
- $Q = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$
- $R = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
- $S = 4 \times 4 \times 4 \times 6 \times 6 \times 4$

1. Pour chacun, dis combien de fois chaque facteur apparaît.
2. Propose une écriture plus courte, en t'inspirant de ce que tu sais déjà pour 10^n et pour a^2.
3. Calcule P et Q.
4. Sans calculer R, dis lequel de R ou de 10^3 est le plus grand. Explique.

Exercice — Calculer

Donne la valeur de chaque puissance.

a. 3^4 c. 5^3 e. 1^{12} g. 4^3

b. 2^6 d. 7^2 f. 9^0 h. 6^1

Exercice — Simplifier l'écriture

Écris chaque produit le plus simplement possible, à l'aide de puissances.

a. $8 \times 8 \times 8$ d. $5^2 \times 5^6$ g. $2^4 \times 3^2 \times 2^5$

b. $x \times x \times x \times x$ e. $a^3 \times a$

c. $2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7$ f. $3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 3$

Exercice — Trois calculs à examiner

Trois élèves ont calculé $2 + 3 \times 5^2$.

Adam : $2 + 3 \times 5^2 = 5 \times 5^2 = 5^3 = 125$

Lina : $2 + 3 \times 5^2 = 2 + 15^2 = 2 + 225 = 227$

Rayan : $2 + 3 \times 5^2 = 2 + 3 \times 25 = 2 + 75 = 77$

1. Qui a juste ?
2. Pour chacun des deux autres, indique la ligne où l'erreur apparaît et dis quelle règle a été enfreinte.

Exercice — Vrai ou faux, avec justification

a. $2^5 = 10$

b. $3^2 \times 3^3 = 3^6$

c. $4^2 \times 4^2 = 4^4$

d. $2^3 + 2^3 = 2^6$

e. $(2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3$

Séance 9 — Problèmes et bilan

Objectif : Réinvestir ce qui a été appris dans des problèmes

Exercice — Problème 1 — La lumière et les distances

La lumière parcourt environ 3×10^8 mètres en une seconde.

1. Quelle distance parcourt-elle en une minute ? Donne le résultat en notation scientifique.
2. Le Soleil est à environ $1,5 \times 10^{11}$ m de la Terre. Combien de temps la lumière du Soleil met-elle à nous parvenir ? Donne la réponse en secondes, puis en minutes et secondes.
3. L'étoile Proxima du Centaure est à environ 4×10^{16} m. Donne un ordre de grandeur du temps que met sa lumière à nous parvenir, en secondes, puis exprime-le en années. On prendra 1 an $\approx 3 \times 10^7$ s.
4. Quand on observe cette étoile, voit-on son état d'aujourd'hui ? Explique en une phrase.

Exercice — Problème 2 — Le corps humain, en puissances de dix

Grandeur	Valeur
Nombre de cellules du corps humain	environ $3,7 \times 10^{13}$
Diamètre moyen d'une cellule	environ 20 μm
Nombre de globules rouges	environ $2,5 \times 10^{13}$
Durée de vie d'un globule rouge	environ 120 jours

1. Exprime le diamètre moyen d'une cellule en mètres, en notation scientifique.
2. Quelle proportion des cellules du corps sont des globules rouges ? Donne un ordre de grandeur du quotient, puis conclus par une phrase.
3. Le corps renouvelle ses globules rouges en permanence. Estime le nombre de globules rouges détruits chaque jour. On donnera un ordre de grandeur.

4. Un élève annonce 2×10^7 globules rouges détruits par jour. Son résultat est-il plausible ? Justifie sans refaire son calcul.

Exercice — Problème 3 — Combien tient sur un disque ?

Un disque dur a une capacité de 2 To, soit 2×10^{12} octets.

1. Une photographie occupe en moyenne 4 Mo. Combien de photographies le disque peut-il contenir ?
2. Une heure de vidéo occupe environ 3 Go. Combien d'heures de vidéo le disque peut-il contenir ? Le résultat te paraît-il vraisemblable pour une série télévisée entière ?
3. Un fichier texte d'une page occupe environ 2 ko. Donne un ordre de grandeur du nombre de pages que le disque pourrait contenir.
4. Compare ce nombre de pages au nombre d'habitants de la France, environ $6,8 \times 10^7$. Que peux-tu en dire ?