Puissances de dix

1 Séance 6 — Ordres de grandeur

Activité — Trois résultats, un seul plausible

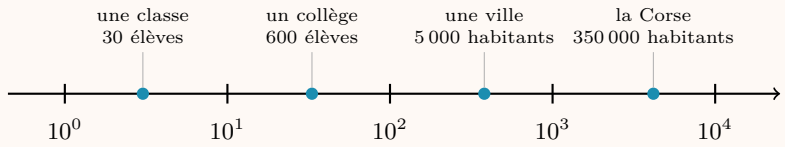
Un élève doit calculer le nombre de battements du cœur d'une personne de 80 ans, à raison de 70 battements par minute.
Il tape le calcul à la calculatrice et obtient, selon la façon dont il l'a saisi, l'un de ces trois affichages :

Écran 1 : `2.94E9`

Écran 2 : `2.94E7`

Écran 3 : `2.94E12`

1. Combien y a-t-il de minutes dans une heure ? dans un jour ? dans un an ? Donne à chaque fois une valeur approchée simple.
2. Sans faire le calcul exact, estime le nombre de battements en une année.
3. Multiplie ton estimation par 80. Quel écran est le seul possible ?
4. Que t'a-t-il fallu pour trancher : le calcul exact, ou autre chose ?



chaque cran vaut dix fois le précédent : on compare les ordres, pas les chiffres

Ranger des grandeurs par crans de dix

1. 60 min dans une heure ; environ 1 500 min dans un jour, soit environ $1,5 \times 10^3$; environ 5×10^5 min dans une année ($1,5 \times 10^3 \times 365 \approx 5,5 \times 10^5$).
2. Environ $70 \times 5 \times 10^5$, soit environ $3,5 \times 10^7$ battements par an.
3. $3,5 \times 10^7 \times 80 \approx 2,8 \times 10^9$: seul l'écran 1 est possible.
4. Aucun calcul exact n'a été fait. Il a suffi de savoir **la taille** du résultat, à un facteur près.

Exercice — Donner un ordre de grandeur

Donne un ordre de grandeur de chaque nombre, sous la forme 10^n.

a. $4,2 \times 10^6$

b. $8,8 \times 10^3$

c. $6,1 \times 10^{-4}$

d. $1,9 \times 10^{-9}$

e. $52\,000$

f. $0,000\,73$

a. 10^6 — c. 10^{-3} — e. $52\,000 = 5,2 \times 10^4$ donc 10^5 — $7,3 \times 10^{-4}$ donc 10^{-3}

b. 10^4 — d. 10^{-9} — f. $0,000\,73 =$

Exercice — Estimer avant de calculer

Pour chaque calcul, donne d'abord une estimation sous la forme $a \times 10^n$, puis effectue à la calculatrice et compare.

1. $3\,120 \times 41\,000$
2. $0,000\,42 \times 5\,900$
3. $\dfrac{7\,800\,000}{0,000\,4}$

1. Estimation : $3 \times 10^3 \times 4 \times 10^4 = 12 \times 10^7$, soit environ 10^8. Valeur exacte : $1,279\,2 \times 10^8$.
2. Estimation : $4 \times 10^{-4} \times 6 \times 10^3 = 24 \times 10^{-1}$, soit environ $2,4$. Valeur exacte : $2,478$.
3. Estimation : $\dfrac{8 \times 10^6}{4 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^{10}$. Valeur exacte : $1,95 \times 10^{10}$.

Exercice — Le résultat est-il plausible ?

Pour chaque situation, dis si le résultat annoncé est plausible. Justifie par un ordre de grandeur, sans faire le calcul exact.

a. Une salle contient 28 rangées de 32 sièges. Un élève annonce 8 960 sièges.

b. La population mondiale est d'environ 8×10^9 personnes. Un journal annonce que chacune consomme en moyenne $2,5$ L d'eau par jour, soit 2×10^7 L pour la planète et par jour.

c. Un disque dur de 2×10^{12} octets contient des photos de 4×10^6 octets. Un élève annonce qu'il peut en stocker environ 5×10^5.

a. Non plausible : 28×32 est de l'ordre de $3 \times 10^1 \times 3 \times 10^1 = 9 \times 10^2$, donc environ 900 sièges. L'élève s'est trompé d'un facteur 10 ; la valeur exacte est 896.

b. Non plausible : $8 \times 10^9 \times 2,5 = 2 \times 10^{10}$ L, et non 2×10^7. Les chiffres sont bons, la puissance de 10 est fausse de trois rangs.

c. Plausible : $\dfrac{2 \times 10^{12}}{4 \times 10^6} = 5 \times 10^5$, c'est exactement l'annonce.