Puissances de dix

1 Séance 5 — Comparer et ranger sans compter les zéros

Activité — Qui est le plus grand ?

On veut comparer $A = 3\,400\,000$ et $B = 890\,000$.

1. Compare A et B en écriture décimale. Combien de chiffres faut-il compter ?
2. Écris A et B en notation scientifique.
3. Compare-les de nouveau à partir de ces écritures. Qu'as-tu regardé en premier ?

On veut maintenant comparer $C = 4,7\times10^{8}$ et $D = 4,7\times10^{5}$, puis $E = 2,3\times10^{6}$ et $F = 9,1\times10^{6}$.

4. Compare C et D, puis E et F. Explique à chaque fois ce qui a suffi à décider.
5. Rédige la règle générale que tu viens d'utiliser, en deux phrases.

$3{,}1 \times 10^{5}$ $>$ $9{,}8 \times 10^{4}$

exposants différents : $5 > 4$, la comparaison est finie

310 000 contre 98 000

$3{,}1 \times 10^{5}$ $>$ $2{,}9 \times 10^{5}$

exposants égaux : on compare alors 3,1 et 2,9

310 000 contre 290 000

L'exposant d'abord, le nombre ensuite

1. $A > B$, après avoir compté 7 chiffres d'un côté et 6 de l'autre.
2. $A = 3,4 \times 10^{6}$ et $B = 8,9 \times 10^{5}$.
3. L'exposant : $6 > 5$, donc $A > B$. Le premier facteur n'a pas servi — et c'est contre-intuitif, puisque $8,9$ est pourtant plus grand que $3,4$.
4. $C > D$ car $8 > 5$, les premiers facteurs étant égaux. $E < F$ car les exposants sont égaux et $2,3 < 9,1$.
5. On compare d'abord les exposants ; en cas d'égalité, on compare les premiers facteurs.

Exercice — Comparer

Complète par $<$ ou $>$.

a. $5,2 \times 10^{9} \ldots 8,7 \times 10^{8}$

b. $6,1 \times 10^{-3} \ldots 6,4 \times 10^{-3}$

c. $9,9 \times 10^{-7} \ldots 1,1 \times 10^{-6}$

d. $2 \times 10^{4} \ldots 2 \times 10^{-4}$

e. $7,5 \times 10^{0} \ldots 1,2 \times 10^{1}$

a. $>$ ($9 > 8$) —

b. $<$ (exposants égaux, $6,1 < 6,4$) —

c. $<$ ($-7 < -6$) —

d. $>$ ($4 > -4$) —

e. $<$ ($0 < 1$).

Exercice — Ranger

1. Range dans l'ordre croissant : $3,4 \times 10^5$; $2,9 \times 10^6$; $8,1 \times 10^4$; $3,4 \times 10^6$.
2. Range dans l'ordre décroissant : 6×10^{-2} ; 6×10^{-5} ; $1,2 \times 10^{-1}$; $9,9 \times 10^{-3}$.
3. Range dans l'ordre croissant, en écrivant d'abord chaque nombre en notation scientifique : $0,004$; 52×10^{-4} ; $3,1 \times 10^{-3}$; $0,000\,9$.

1. $8,1 \times 10^4 < 3,4 \times 10^5 < 2,9 \times 10^6 < 3,4 \times 10^6$.
2. $1,2 \times 10^{-1} > 6 \times 10^{-2} > 9,9 \times 10^{-3} > 6 \times 10^{-5}$.
3. $52 \times 10^{-4} = 5,2 \times 10^{-3}$, $0,004 = 4 \times 10^{-3}$, $0,000\,9 = 9 \times 10^{-4}$, d'où $9 \times 10^{-4} < 3,1 \times 10^{-3} < 4 \times 10^{-3} < 5,2 \times 10^{-3}$.

Exercice — Deux comparaisons à examiner

Un exercice demandait de comparer $A = 6,3 \times 10^7$ et $B = 4,1 \times 10^9$.

> **Yanis** : $6,3 > 4,1$ donc $A > B$.
>
> **Maïa** : A a moins de chiffres que B, donc $A < B$. Je le vois parce que $7 < 9$.

1. Qui a la bonne conclusion ?
2. L'argument de chacun est-il correct ? Réponds séparément sur la conclusion et sur le raisonnement.
3. Donne un exemple de deux nombres pour lesquels le raisonnement de Yanis donnerait la bonne conclusion.

1. Maïa : $A = 63\,000\,000$ et $B = 4\,100\,000\,000$, donc $A < B$.
2. Yanis a un raisonnement faux et donc une conclusion fausse : il compare les premiers facteurs alors que les exposants diffèrent. Maïa a la bonne conclusion et un raisonnement juste : elle compare bien les exposants d'abord, et sa phrase « moins de chiffres » est une reformulation correcte de $7 < 9$ pour des nombres en notation scientifique.
3. Par exemple $6,3 \times 10^7$ et $4,1 \times 10^7$: à exposants égaux, comparer les premiers facteurs est exactement la bonne méthode.