Triangles semblables

1 Séance 4 — Le rapport, les aires, et le bilan

Exercice — Deux triangles, une aire

Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables, et l'on passe du premier au second avec un rapport de 2,5. L'aire du triangle ABC vaut 12 cm².

1. Le côté $[AB]$ mesure 6 cm. Combien mesure $[A'B']$?
2. Le périmètre de ABC vaut 19 cm. Quel est celui de $A'B'C'$?
3. Quelle est l'aire de $A'B'C'$?
4. Yanis répond 30 cm² à la question 3. A-t-il raison ? Explique en une phrase.

1. $6 \times 2{,}5 = 15$ cm.
2. Le périmètre est une longueur : $19 \times 2{,}5 = 47{,}5$ cm.
3. L'aire est multipliée par $2{,}5^2 = 6{,}25$, donc $12 \times 6{,}25 = 75$ cm².
4. Non. Yanis a multiplié l'aire par le rapport au lieu de la multiplier par son carré.

Exercice — Du plan au terrain

Sur le plan d'une commune, dessiné à l'échelle 1/500, une parcelle triangulaire a une aire de 12 cm².

1. Par quel nombre faut-il multiplier les longueurs du plan pour obtenir les longueurs réelles ?
2. Par quel nombre faut-il donc multiplier les aires ?
3. Calcule l'aire réelle de la parcelle, en mètres carrés.

1. Par 500 : la parcelle réelle et sa représentation sur le plan sont semblables, de rapport 500.
2. Par $500^2 = 250\,000$.
3. $12 \times 250\,000 = 3\,000\,000$ cm². Comme 1 m² vaut 10 000 cm², cela fait 300 m².

Exercice — Vrai ou faux

Pour chaque affirmation, réponds par vrai ou faux et justifie en une phrase.

a. Deux triangles équilatéraux sont toujours semblables.

b. Deux triangles rectangles sont toujours semblables.

c. Deux triangles isocèles ayant un angle de 40° sont toujours semblables.

d. Si deux triangles sont semblables de rapport 1, alors ils sont superposables.

e. Un triangle et son agrandissement ont le même périmètre.

a. Vrai. Tous leurs angles valent 60°.
b. Faux. Ils partagent l'angle droit, mais un seul angle égal ne suffit pas : un triangle rectangle de 30° et un de 50° n'ont pas la même forme.
c. Faux. L'angle de 40° peut être l'angle au sommet dans l'un et un angle à la base dans l'autre : on obtient alors les triples $40; 70; 70$ et $40; 40; 100$.
d. Vrai. Toutes les longueurs sont égales, donc les triangles sont égaux.
e. Faux. Le périmètre est une longueur : il est multiplié par le rapport, qui n'est pas 1 puisqu'il s'agit d'un agrandissement.