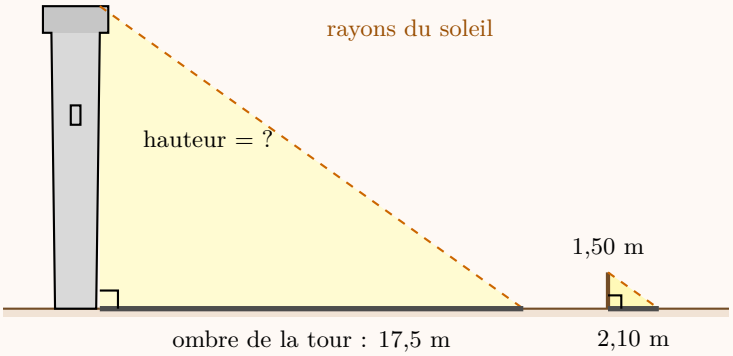
# Triangles semblables

## 1 Séance 3 — Calculer une longueur inaccessible

**Activité — Mesurer sans monter**

Une tour génoise se dresse au bord de la mer. On ne peut ni y monter ni tendre un décamètre le long de sa paroi. Un jour de plein soleil, on mesure l'ombre de la tour au sol : 17,5 m. Au même moment, un bâton planté bien vertical, de 1,50 m de haut, projette une ombre de 2,10 m.




*La tour, le bâton, et leurs deux ombres*

1. Pourquoi les deux rayons de soleil dessinés sont-ils parallèles ?
2. Repère les deux triangles rectangles de la figure. Montre qu'ils ont leurs angles égaux deux à deux.
3. Range les côtés de chaque triangle et écris les quotients égaux.
4. Calcule la hauteur de la tour.

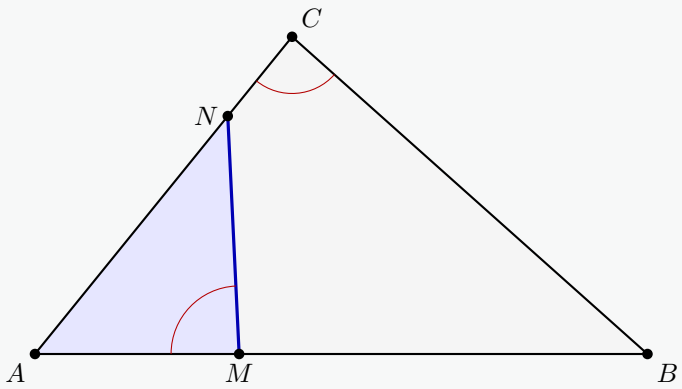
1. Le Soleil est si loin que ses rayons arrivent parallèles entre eux sur toute la scène. C'est l'hypothèse physique de la méthode, et il faut la dire.
2. Chaque triangle a un angle droit, entre le sol horizontal et l'objet vertical. Les deux rayons étant parallèles et le sol jouant le rôle de sécante, l'angle du rayon avec le sol est le même dans les deux triangles : ce sont des angles correspondants. Deux angles égaux suffisent : les triangles sont semblables.
3. Le côté vertical de l'un correspond au côté vertical de l'autre, l'ombre à l'ombre :

$$\frac{\text{hauteur de la tour}}{1{,}50} = \frac{17{,}5}{2{,}10}$$

4. hauteur $= \frac{1{,}50 \times 17{,}5}{2{,}10} = 12{,}5$ m.

## Exercice — Un angle commun

Sur la figure, $M$ est un point de $[AB]$ et $N$ un point de $[AC]$. Les angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{ACB}$ sont égaux.




$AB = 9$ cm $\quad AC = 6$ cm $\quad BC = 7$ cm $\quad AM = 3$ cm

Les deux angles marqués en rouge sont égaux.

*La configuration à angle commun*

1. Quel angle les triangles $AMN$ et $ACB$ ont-ils en commun ?
2. Démontre que les triangles $AMN$ et $ACB$ sont semblables.
3. Recopie et complète, en respectant l'appariement des sommets : $\frac{AM}{\ldots} = \frac{AN}{\ldots} = \frac{MN}{\ldots}$
4. Calcule $AN$, puis $MN$.

1. L'angle de sommet $A$ est commun aux deux triangles : c'est le même angle, pas seulement deux angles égaux.
2. Les triangles $AMN$ et $ACB$ ont l'angle en $A$ en commun, et l'angle $\widehat{AMN}$ égal à l'angle $\widehat{ACB}$ par hypothèse. Deux angles égaux deux à deux : ils sont semblables.
3. $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{CB}$
4. Le rapport vaut $\frac{AM}{AC} = \frac{3}{6} = 0{,}5$.
   Donc $AN = 0{,}5 \times AB = 0{,}5 \times 9 = 4{,}5$ cm, et $MN = 0{,}5 \times CB = 0{,}5 \times 7 = 3{,}5$ cm.

## Exercice — La copie de Léa

Voici ce que Léa a écrit à la question 4 de l'exercice précédent :

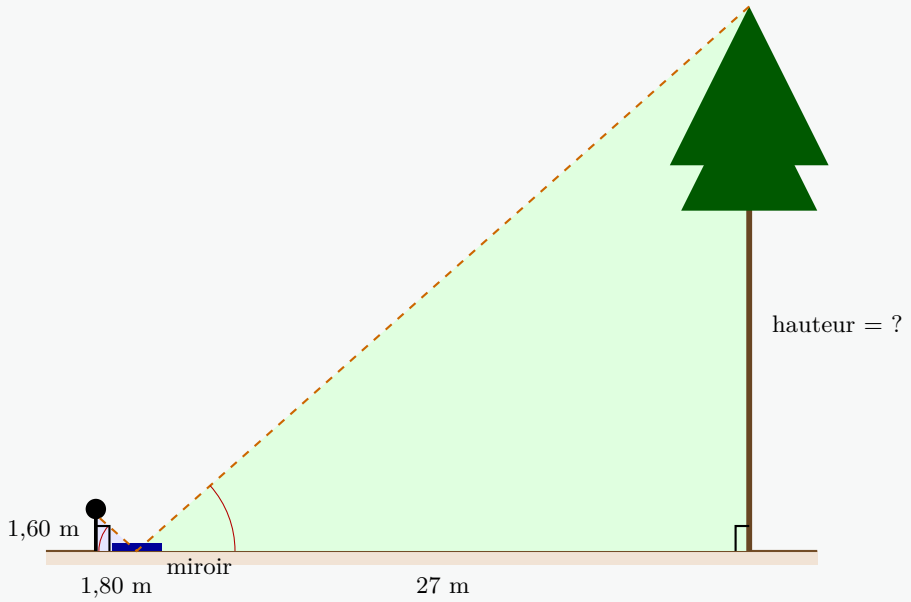
> Les triangles $AMN$ et $ACB$ sont semblables.
> Donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, c'est-à-dire $\frac{3}{9} = \frac{AN}{6}$.
> Donc $AN = \frac{3\times6}{9} = 2$ cm.

1. Le raisonnement de Léa est-il correct ? Si ce n'est pas le cas, où exactement est l'erreur ?
2. S'il y a une erreur, explique ce qui a pu la conduire à écrire cela.

1. Non. Léa a apparié $M$ avec $B$ et $N$ avec $C$, alors que l'énoncé dit que l'angle en $M$ est égal à l'angle en $C$ : c'est $M$ qui correspond à $C$. Sa première ligne d'égalité est donc fausse, et tout le reste avec.
2. Elle a suivi la figure au lieu de suivre les angles : sur le dessin, $M$ est du même côté que $B$ et $N$ du même côté que $C$, comme dans une configuration de Thalès. Mais $(MN)$ n'est pas parallèle à $(BC)$, donc Thalès ne s'applique pas ici.

## Exercice — Le miroir posé au sol

Pour mesurer un pin laricio sans l'abattre, on pose un petit miroir à plat sur le sol, puis on recule jusqu'à voir le sommet de l'arbre dans le miroir. La lumière se réfléchit alors en faisant deux angles égaux avec le sol.




*Le miroir, l'observatrice et l'arbre*

Fatima a les yeux à 1,60 m du sol. Elle se place à 1,80 m du miroir, et le miroir est à 27 m du pied de l'arbre.

1. Démontre que les deux triangles rectangles de la figure sont semblables.
2. Calcule la hauteur de l'arbre.
3. Fatima recule d'un mètre, sans que l'arbre ni son regard ne changent de hauteur. Dans quel sens doit-elle déplacer le miroir, et de combien ?

1. Chaque triangle a un angle droit, entre le sol et la verticale. Les deux angles au miroir sont égaux, c'est la loi de la réflexion donnée par l'énoncé. Deux angles égaux deux à deux : les triangles sont semblables.

2. Le côté vertical correspond au côté vertical, la distance au sol à la distance au sol :

$$\frac{\text{hauteur de l'arbre}}{1{,}60} = \frac{27}{1{,}80}$$

   D'où hauteur $= \frac{1{,}60 \times 27}{1{,}80} = 24$ m.

3. La similitude impose que la distance miroir–arbre soit toujours $\frac{24}{1{,}60} = 15$ fois la distance œil–miroir. Au départ, $15 \times 1{,}80 = 27$ m : c'est bien le cas.

   En reculant d'un mètre, Fatima porte la distance de son œil à l'arbre de $1{,}80 + 27 = 28{,}8$ m à 29,8 m. En appelant $x$ la nouvelle distance œil–miroir, on doit avoir $x + 15x = 29{,}8$, soit $16x = 29{,}8$ et $x = 1{,}8625$ m.

   Elle doit donc éloigner le miroir d'elle-même — vers l'arbre — d'environ 6 cm.