Développements

1 Séance 7 — Mettre un problème en équation

Exercice — Résoudre

a. $(x+2)(x+5) = (x+1)(x+4)$

b. $(x-3)(x+4) = (x+2)(x-1)$

c. $(2x+1)(x+3) = 2x(x+4)$

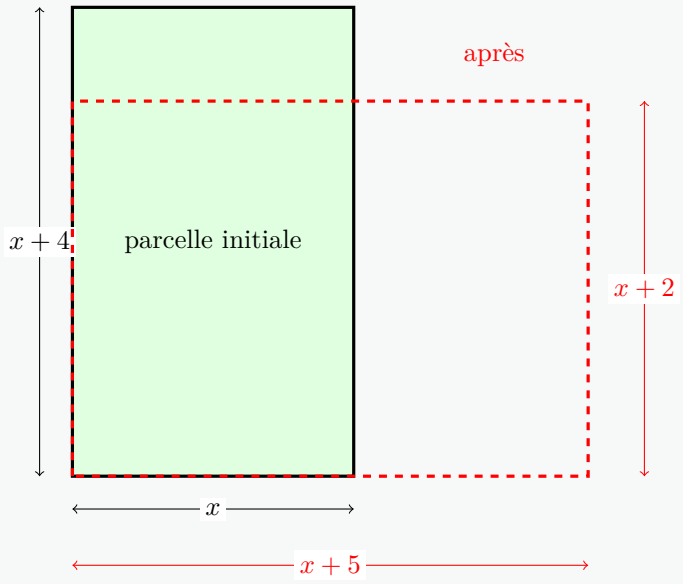
a. $x^2+7x+10 = x^2+5x+4$, donc $7x+10 = 5x+4$, puis $2x = -6$ et $x = -3$. Vérification : $(-1)\times 2 = -2$ et $(-2)\times 1 = -2$.

b. $x^2 + x - 12 = x^2 + x - 2$, donc $-12 = -2$. Cette égalité est fausse : **l'équation n'a aucune solution**.

c. $2x^2+7x+3 = 2x^2+8x$, donc $7x+3 = 8x$ et $x = 3$. Vérification : $7\times 6 = 42$ et $6\times 7 = 42$.

Exercice — La parcelle qu'on remodèle

Une parcelle rectangulaire mesure x mètres de large et $x+4$ mètres de long. On l'agrandit de 5 m dans la largeur et on la raccourcit de 2 m dans la longueur. L'aire augmente alors de 40 m².



La parcelle avant et après

Quelle était la largeur de la parcelle de départ ?

Soit x la largeur, en mètres, de la parcelle de départ.
Aire de départ : $x(x+4) = x^2 + 4x$.
Nouvelles dimensions : $x+5$ et $x+4-2 = x+2$. Nouvelle aire : $(x+5)(x+2) = x^2 + 2x + 5x + 10 = x^2 + 7x + 10$.
L'aire augmente de 40 m², donc

$$x^2 + 7x + 10 = x^2 + 4x + 40$$
$$7x + 10 = 4x + 40$$
$$3x = 30$$
$$x = 10$$

Vérification dans l'énoncé. La parcelle mesurait 10 m sur 14 m, soit 140 m². La nouvelle mesure 15 m sur 12 m, soit 180 m². L'augmentation est bien de 40 m².
La parcelle de départ mesurait donc 10 mètres de large.

Exercice — Régler un programme de calcul

On reprend le programme de la séance 5 :

> Choisis un nombre ; ajoute 1 ; multiplie le résultat par le nombre choisi augmenté de 3 ; retire le carré du nombre choisi.

Pour quel nombre ce programme donne-t-il 27 ?

Soit x le nombre choisi. Le programme donne $(x+1)(x+3) - x^2 = x^2 + 4x + 3 - x^2 = 4x + 3$.
On résout $4x + 3 = 27$, soit $4x = 24$ et $x = 6$.
Vérification : $7 \times 9 - 36 = 63 - 36 = 27$.
Le nombre choisi était 6.

Exercice — Même aire

Un rectangle a pour dimensions $x + 7$ et $x + 2$. Un carré a pour côté $x + 4$.
Pour quelle valeur de x ont-ils la même aire ?

Aire du rectangle : $(x+7)(x+2) = x^2 + 2x + 7x + 14 = x^2 + 9x + 14$.
Aire du carré : $(x+4)(x+4) = x^2 + 4x + 4x + 16 = x^2 + 8x + 16$.
On résout $x^2 + 9x + 14 = x^2 + 8x + 16$, soit $9x + 14 = 8x + 16$ et $x = 2$.
Vérification : le rectangle mesure 9 sur 4, d'aire 36 ; le carré a pour côté 6, d'aire 36.