Développements

1 Séance 5 — Programmes de calcul

Exercice — Traduire et réduire

Traduis chaque programme par une expression, puis développe et réduis.
Programme 1 : choisis un nombre ; ajoute 2 ; multiplie le résultat par le nombre choisi augmenté de 6.
Programme 2 : choisis un nombre ; retire 5 ; multiplie le résultat par le double du nombre choisi ; ajoute 10 fois le nombre choisi.

Programme 1 : $(x+2)(x+6) = x^2+6x+2x+12 = x^2+8x+12$.
Programme 2 : $(x-5)\times 2x + 10x = 2x^2 - 10x + 10x = 2x^2$.

Exercice — Deux programmes équivalents

Programme C : choisis un nombre ; ajoute 4 ; multiplie le résultat par le nombre choisi diminué de 1.
Programme D : choisis un nombre ; multiplie-le par lui-même ; ajoute le triple du nombre choisi ; retire 4.

1. Applique les deux programmes à 5, puis à -2.
2. Démontre qu'ils donnent le même résultat pour **tous** les nombres.

1. Pour 5 : programme C donne $9\times 4 = 36$; programme D donne $25+15-4 = 36$. Pour -2 : programme C donne $2\times(-3) = -6$; programme D donne $4-6-4 = -6$.
2. Programme C : $(x+4)(x-1) = x^2-x+4x-4 = x^2+3x-4$. Programme D : x^2+3x-4.
   Les deux expressions réduites sont identiques, donc les deux programmes donnent le même résultat quel que soit le nombre choisi.

Exercice — Un programme qui ne dépend de rien

Programme E : choisis un nombre ; ajoute 3 ; multiplie le résultat par le nombre choisi augmenté de 1 ; retire le carré du nombre choisi ; retire enfin 4 fois le nombre choisi.

1. Applique-le à trois nombres de ton choix.
2. Explique ce que tu observes.

1. Pour 2 : $5\times 3-4-8 = 15-12 = 3$. Pour 0 : $3\times 1 = 3$. Pour -1 : $2\times 0-1+4 = 3$. On trouve 3 à chaque fois.
2. $(x+3)(x+1) - x^2 - 4x = x^2+x+3x+3-x^2-4x = 3$.
   L'expression réduite ne contient plus la lettre : le résultat vaut 3 quel que soit le nombre choisi. C'est un tour de magie, et le calcul littéral en donne le secret.

Exercice — Non équivalents, et le prouver

Programme F : choisis un nombre ; ajoute 2 ; multiplie le résultat par le nombre choisi augmenté de 3.
Programme G : choisis un nombre ; multiplie-le par lui-même ; ajoute 5 fois le nombre choisi ; ajoute 5.
Ces deux programmes sont-ils équivalents ? Justifie de deux façons différentes.

Par un contre-exemple. Pour 0 : programme F donne $2 \times 3 = 6$, programme G donne 5. Un seul nombre pour lequel les résultats diffèrent suffit à conclure que les programmes ne sont pas équivalents.
Par le calcul. $(x+2)(x+3) = x^2+5x+6$, tandis que le programme G donne x^2+5x+5. Les deux expressions diffèrent de 1 : le programme F donne toujours 1 de plus que le programme G.