Théorème de Thalès

1 Séance 3 — La réciproque : démontrer un parallélisme

Exercice — Le fabricant de tables

On reprend la table pliante de l'activité. Les deux barres mesurent 100 cm et 80 cm. Le fabricant perce le trou du boulon à 60 cm du pied sur la barre de 100 cm, et à 48 cm du pied sur la barre de 80 cm.
Le plateau sera-t-il parallèle au sol ?

Sur la barre de 100 cm : $OA = 60$ cm et $OM = 100 - 60 = 40$ cm. Sur la barre de 80 cm : $OB = 48$ cm et $ON = 80 - 48 = 32$ cm.
Les points A, O, M sont alignés et O est entre A et M (c'est une barre percée en son intérieur) ; de même pour B, O, N.

$$\frac{OA}{OM} = \frac{60}{40} = 1{,}5$$
$$\frac{OB}{ON} = \frac{48}{32} = 1{,}5$$

Les rapports sont égaux, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, $(MN) \parallel (AB)$: le plateau sera bien parallèle au sol.

Exercice — Un autre fabricant

Un concurrent utilise les mêmes barres, 100 cm et 80 cm, et perce le premier trou au même endroit, à 60 cm du pied. Mais sur la barre de 80 cm, il perce à 45 cm du pied.
Le plateau de sa table sera-t-il parallèle au sol ? Que se passera-t-il ?

$OA = 60$ cm, $OM = 40$ cm, $OB = 45$ cm, $ON = 80 - 45 = 35$ cm.

$$\frac{OA}{OM} = \frac{60}{40} = 1{,}5$$
$$\frac{OB}{ON} = \frac{45}{35} = \frac{9}{7} \approx 1{,}29$$

Les rapports sont différents, donc (MN) et (AB) ne sont pas parallèles : le plateau penchera.

Exercice — Parallèles ou non ?

Dans chaque cas, A, O, M sont alignés, B, O, N sont alignés, et O est entre A et M ainsi qu'entre B et N. Les droites (AB) et (MN) sont-elles parallèles ? Rédige ta réponse.

a. $OA = 2{,}4$ cm, $OM = 3{,}6$ cm, $OB = 3$ cm, $ON = 4{,}5$ cm.

b. $OA = 5$ cm, $OM = 7$ cm, $OB = 6$ cm, $ON = 8{,}4$ cm.

c. $OA = 4{,}2$ cm, $OM = 2{,}8$ cm, $OB = 5{,}4$ cm, $ON = 3{,}8$ cm.

a. $\dfrac{2{,}4}{3{,}6} = \dfrac{2}{3}$ et $\dfrac{3}{4{,}5} = \dfrac{2}{3}$: égaux, donc $(AB) \parallel (MN)$ d'après la réciproque.

b. $\dfrac{5}{7} \approx 0{,}714$ et $\dfrac{6}{8{,}4} = \dfrac{60}{84} = \dfrac{5}{7}$: égaux, donc $(AB) \parallel (MN)$.

c. $\dfrac{4{,}2}{2{,}8} = 1{,}5$ et $\dfrac{5{,}4}{3{,}8} = \dfrac{27}{19} \approx 1{,}42$: différents, donc (AB) et (MN) ne sont pas parallèles.