Calculs numériques

Activité de découverte — Descendre le tableau

Activité — Que peut bien valoir un exposant négatif ?

On écrit les puissances de 10 en descendant.

puissance	résultat
10^3	$1\,000$
10^2	100
10^1	10
10^0	?
10^{-1}	?
10^{-2}	?
10^{-3}	?

les trois premières lignes sont connues — les quatre suivantes se déduisent de la règle

Le tableau des puissances de dix, à prolonger

1. Les trois premières lignes du tableau sont déjà remplies : vérifie-les de tête. Comment passe-t-on d'une ligne à la suivante, du point de vue de l'**exposant** ? Et du point de vue du **résultat** ? En appliquant la même règle, quelle valeur donner à 10^0, puis à 10^{-1}, 10^{-2} et 10^{-3} ? Ces trois derniers nombres sont-ils négatifs — et qu'est-ce qui pourrait faire croire le contraire ?
2. Recommence le même travail avec la base 2, en partant de $2^3 = 8$ et jusqu'à 2^{-3}, puis avec la base 5, de 5^2 à 5^{-2}. Recopie et complète : pour un nombre a non nul, a^{-n} est l'inverse de _____, c'est-à-dire $\dfrac{1}{a^n}$.
3. On veut simplifier le quotient $\dfrac{5^3}{5^5}$. Écris 5^3 et 5^5 sous forme de produits de facteurs 5, simplifie la fraction en barrant les facteurs communs : que reste-t-il ? Écris le résultat sous forme d'une puissance de 5 à exposant négatif.
4. Recommence avec $\dfrac{2^2}{2^6}$. Puis, sans calculatrice, écris $\dfrac{10^4}{10^7}$ sous forme d'une puissance de dix, et en écriture décimale.

Séance 1 — Décimaux relatifs et racine carrée

Objectif : Calculer avec des décimaux relatifs en respectant signes et priorités ; Employer la racine carrée pour résoudre un problème, notamment géométrique

Exercice — 1. Calculer avec des relatifs

Calcule, en détaillant les étapes.

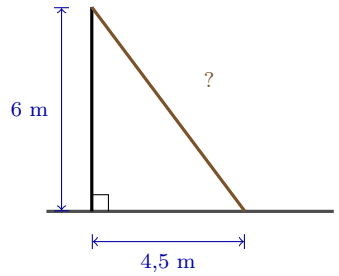
a. $-3+5\times(-2)$ c. $(-7{,}2)\div(-0{,}9)$ e. $(-2)^2-3^2$

b. $(-4)\times(-2{,}5)$ d. $12-(-3)\times 4$ f. $(-5+3)\times(-4)$

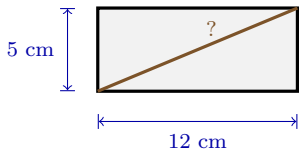
Exercice — 2. Racines carrées

1. Donne la valeur exacte de $\sqrt{81}$, de $\sqrt{0{,}25}$ et de $\sqrt{144}$.
2. $\sqrt{-4}$ existe-t-il ? Explique.
3. Donne une valeur approchée de $\sqrt{2}$ au centième.
4. Combien vaut $\left(\sqrt{7}\right)^2$? Et $\sqrt{11^2}$?
5. Range dans l'ordre croissant : $\sqrt{9}$; $3{,}5$; $\sqrt{16}$; $\sqrt{12}$.

Exercice — 3. Deux longueurs à calculer



le mât et son hauban



le rectangle et sa diagonale

Le mât et le rectangle

1. Un mât vertical de 6 m est maintenu par un hauban fixé au sol à $4{,}5$ m de son pied. Calcule la longueur du hauban.
2. Un rectangle mesure 5 cm sur 12 cm. Calcule la longueur de sa diagonale.
3. Dans les deux cas, vérifie ton résultat en élevant au carré.

Exercice — 4. La copie de Yanis

Yanis doit calculer $\sqrt{9+16}$. Il écrit :

$$\sqrt{9+16}=\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$$

1. Calcule toi-même $\sqrt{9+16}$, en respectant l'ordre des opérations.

2. Compare avec le résultat de Yanis. Que peux-tu en conclure ?
3. Yanis répond : « c'est presque pareil, l'écart est petit ». Que lui réponds-tu ?
4. Le même raisonnement fonctionne-t-il avec la multiplication ? Teste sur $\sqrt{4 \times 9}$.

Séance 2 — Exposants négatifs

Objectif : Donner un sens à un exposant négatif en prolongeant le tableau des puissances ; Simplifier un quotient de puissances en revenant à la définition

Exercice — 1. Écritures

1. Écris sous forme décimale : 10^{-2} ; 2^{-3} ; 5^{-2} ; 4^{-1}.
2. Écris sous forme de puissance à exposant négatif : $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{32}$.
3. Vrai ou faux ? Corrige les affirmations fausses.

a. $3^{-2} = -9$ b. $10^{-3} = 0{,}001$ c. $7^0 = 0$ d. $2^{-1} = 0{,}5$

Exercice — 2. Trois quotients

Simplifie chaque quotient en écrivant les facteurs, puis donne le résultat sous forme d'une puissance à exposant négatif.

a. $\frac{3^2}{3^5}$

b. $\frac{7^4}{7^6}$

c. $\frac{10^5}{10^8}$