# Calculs numériques

## 1 Activité de découverte — Descendre le tableau

**Activité — Que peut bien valoir un exposant négatif ?**

On écrit les puissances de 10 en descendant.

| puissance | résultat |
|---|---|
| $10^3$ | 1 000 |
| $10^2$ | 100 |
| $10^1$ | 10 |
| $10^0$ | ? |
| $10^{-1}$ | ? |
| $10^{-2}$ | ? |
| $10^{-3}$ | ? |

les trois premières lignes sont connues — les quatre suivantes se déduisent de la règle

*Le tableau des puissances de dix, à prolonger*

1. Les trois premières lignes du tableau sont déjà remplies : vérifie-les de tête. Comment passe-t-on d'une ligne à la suivante, du point de vue de l'**exposant** ? Et du point de vue du **résultat** ? En appliquant la même règle, quelle valeur donner à $10^0$, puis à $10^{-1}$, $10^{-2}$ et $10^{-3}$ ? Ces trois derniers nombres sont-ils négatifs — et qu'est-ce qui pourrait faire croire le contraire ?
2. Recommence le même travail avec la base 2, en partant de $2^3 = 8$ et jusqu'à $2^{-3}$, puis avec la base 5, de $5^2$ à $5^{-2}$. Recopie et complète : pour un nombre $a$ non nul, $a^{-n}$ est l'inverse de $a^n$, c'est-à-dire $\dfrac{1}{a^n}$.
3. On veut simplifier le quotient $\dfrac{5^3}{5^5}$. Écris $5^3$ et $5^5$ sous forme de produits de facteurs 5, simplifie la fraction en barrant les facteurs communs : que reste-t-il ? Écris le résultat sous forme d'une puissance de 5 à exposant négatif.
4. Recommence avec $\dfrac{2^2}{2^6}$. Puis, sans calculatrice, écris $\dfrac{10^4}{10^7}$ sous forme d'une puissance de dix, et en écriture décimale.

1. $10^3 = 1\,000$ ; $10^2 = 100$ ; $10^1 = 10$ : les trois lignes sont justes. L'exposant **diminue de** 1 à chaque ligne, et le résultat est **divisé par** 10. En divisant 10 par 10 on obtient 1, donc $10^0 = 1$ ; puis $10^{-1} = 0{,}1$, $10^{-2} = 0{,}01$ et $10^{-3} = 0{,}001$. Aucun n'est négatif : ce sont des nombres positifs, simplement plus petits que 1. Ce qui peut faire croire le contraire est le signe

– de l'exposant — mais il porte sur l'exposant, pas sur le nombre.

2. $2^3 = 8$ ; $2^2 = 4$ ; $2^1 = 2$ ; $2^0 = 1$ ; $2^{-1} = 0{,}5$ ; $2^{-2} = 0{,}25$ ; $2^{-3} = 0{,}125$. Et $5^2 = 25$ ; $5^1 = 5$ ; $5^0 = 1$ ; $5^{-1} = 0{,}2$ ; $5^{-2} = 0{,}04$. D'où : $a^{-n}$ est l'inverse de $a^n$, c'est-à-dire $\dfrac{1}{a^n}$.
3. $5^3 = 5 \times 5 \times 5$ et $5^5 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$. En barrant les trois facteurs 5 communs, il reste $\dfrac{1}{5 \times 5} = \dfrac{1}{25}$, c'est-à-dire $\dfrac{1}{5^2} = 5^{-2}$.
4. $\dfrac{2^2}{2^6} = \dfrac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \dfrac{1}{16} = 2^{-4}$, et $\dfrac{10^4}{10^7} = \dfrac{1}{10^3} = 10^{-3} = 0{,}001$.